

第2学年 数学科学習指導案

日 時 平成23年10月21日(金) 9:00 ~ 9:50

生 徒 旭川市立永山中学校2年2組

(男子18名 女子17名 計35名)

授業場 旭川市立永山中学校 2階 3年5組教室

指導者 旭川市立永山中学校 青木賢二

(使用教科書 東京書籍 新しい数学2)

I 単元名 4章 「平行と合同」

II 単元について

1 指導内容の系統と単元について

今次の学習指導要領の改訂では、思考力・判断力・表現力などを問う問題に課題があるという現状から、数学的活動を一層充実させ、数学的な思考力・表現力を育てることが重要視されている。また、数学的な思考力・表現力を育成するために、根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えるなどの指導の充実が求められている。

このことを踏まえ、第1学年では、直観的な取扱いや操作的な活動を通して、図形や空間についての理解を深めるとともに、論理的な考察と論証及びそれを表現することへの関心や意欲を高めるようにしてきている。そして第2学年では、性質を見出し、論理的に確かめることができるようにし、また図形の性質の考察における数学的な推論の必要性と意味及びその方法を理解し、論理的に考察し表現する能力を養うことが求められている。

そこで、本単元では、対頂角や平行線の性質から、論理的に筋道を立てて推論する学習を始め、推論の必要性と意味及びその方法を理解できるようにするとともに、思考の過程を振り返って考えるなどして、徐々に論理的に考察し表現することができるようにすることをねらいとしている。

2 生徒の実態と指導観について

2年2組の生徒は、計算などの表現・処理の能力を問う問題には意欲的に取り組むことができる。しかし筋道を立てて物事を考えたり、自分の考えを表現することに消極的な生徒が多い。そこで本単元では、自分の言葉で表現する場面を適宜設定することで、より発言しやすい雰囲気を作ることに配慮し、論理的に考察し、表現する力を培う土台を作りたい。また、これまでの指導してきた経験として、証明を自分で作ることに大きな抵抗感があり、苦手意識をもつ生徒が見られた。よって本単元では、仮定と結論をしっかりと区別し、根拠となることがらを理解させ、証明のしくみの大まかな流れをイメージさせて、その後の学習につなげていくようにさせたい。そして、根拠を明らかにして説明し伝え合う活動を通して、推論の過程を自分の言葉で他者に分かりやすく表現することを意識させたい。また証明を書くことについては、まず「ゆえに」、「または」、「かつ」、「したがって」、「一方」、「よって」などの言葉や用語に慣れさせ、よりよいものに徐々に改めていく手順を取ることで、大きな抵抗感を感じさせないよう配慮していきたい。

Ⅲ 単元目標

単元の指導計画（問題配列表）に掲載

Ⅳ 単元の指導計画・評価規準表

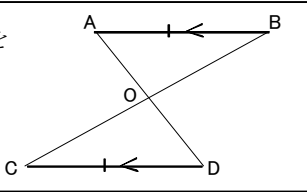
別紙資料参照（指導案綴り最終ページに掲載）

Ⅴ 本時の学習

1 本時の目標

- ・証明することがらの仮定と結論，根拠となることがらを明確にすることができる。

2 本時の展開

| 指導過程と主発問 | 学 習 活 動 | 留意点と評価 |
|---|---|--|
| <p>I <問題提示と把握></p> <div data-bbox="375 745 1038 936" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>問 右の図で，等しい部分を見つけよう。</p>  </div> <p>II <個人思考></p> <p>「等しいと思う部分に印をつけてみよう。」</p> <p>・正しい理由について確認していく。</p> <p>「OA と OD，OC と OB は本当に等しくなるだろうか。」</p> | <p>・条件にしたがって，ノート1ページ分のスペースに図をかく。</p> <p>条件① 罫線を利用して適当な線分 AB を引く。</p> <p>条件② 好きな場所に，AB と同じ長さの平行線 CD を引く。</p> <p>条件③ A と D，B と C を結び，交点を O とする。</p> <p><予想される生徒の考え></p> <ul style="list-style-type: none"> ・ $\angle AOB$ と $\angle DOC$ ・ $\angle AOC$ と $\angle DOB$ ・ $\angle A$ と $\angle D$ ・ $\angle B$ と $\angle C$ ・ OA と OD ・ OB と OC ・ (AD と BC) ・ $\angle AOB = \angle DOC \rightarrow$ 対頂角 ・ $\angle A = \angle D \rightarrow$ AB//CD の錯角 ・ $\angle B = \angle C \rightarrow$ AB//CD の錯角 ・ なりそうに見える。 ・ 定規で測る。→全員等しくなりそうだ。 | <ul style="list-style-type: none"> ・ 板書で，CD は AB の真下ではなく，ずらした場所に平行線を引く。 ・ 生徒とのやり取りから AB=CD，AB//CD を確認し，図に黄色で印をつける。 ・ 周りと描いた図を交流させる。 ・ AB=CD，AB//CD という条件だけで，「無限」に図が描けることと，板書する図は，無限にある様々な図の代表であることを確認する。 ・ 2～3分考えさせる。 ・ 図に白色で印をつける。 ・ 生徒と口頭で確認する。 ・ 意図的に角から確認していく ・ 等しいことが確認できた箇所には色を付ける ・ 個人思考の時間に OA=OD を見つけられなかった生徒も等しくなるというイメージを持てるように実測させる。 |
| <p>III <課題設定・個人思考></p> | <div data-bbox="480 1973 911 2036" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>どうすれば OA=OD といえるか？</p> </div> <p>・実測では確かめられないことを確認する。</p> | <ul style="list-style-type: none"> ・ まずは OA=OD から考えてみよう伝える。 |

「どうすれば確かめられるだろうか？」

「何を証明すればよいか？」

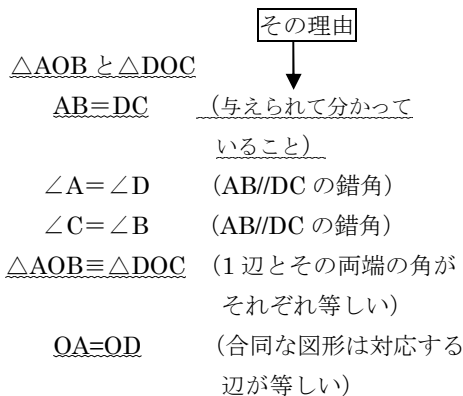
「合同であることがいえれば、なぜ等しいといえる？」

「OA=OD になることを証明してみよう。」

・証明をすればよい。

・ $\triangle AOB \equiv \triangle DOC$ がいえれば良い。

・ 合同な図形では、対応する線分や角が等しいから。(合同な図形の性質)



【数学的活動①】
等しい箇所を見つけ、その根拠となることがらを書く。

- ・ 等しい箇所とその根拠となることがらを分けて書かせる。
- ・ _____ はあらかじめ書いておく。

評価 (観察, ノート)

◎ 根拠となることがらを明確にして、等しい箇所を書き出すことができる。

○ 等しい理由を考えながら等しい箇所を見つけることができる。

IV < 課題解決・問題解決 >

「OA=OD になることを、書いたものを元にして隣の人に説明しよう。」

・ OA=OD になることを、記述したことを元に隣の人に説明する。

「自分の考えを発表しよう。」

・ 全体場で自分の考えを発表する。

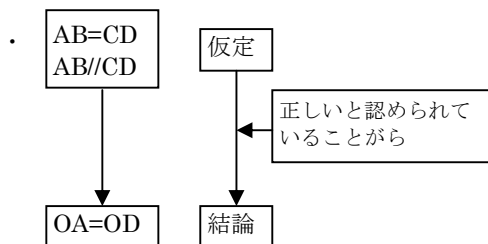
・ 証明ができたので OA=OD, OC=OB が常に正しいことだとわかる。

【数学的活動②】
自分の言葉で、他者に自分の考えを分かりやすく伝える。

- ・ 1 分間で説明する。
- ・ 時間を測り、一斉にスタートする。
- ・ 相手の説明に対する評価を簡単に述べさせる。
- ・ 生徒とのやりとりから、板書していく。
- ・ 同じ方法で、OC=OB も言えていることを確認する。

V < まとめ >

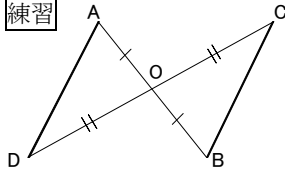
「仮定から、正しいと認められていることがらを根拠にして、結論を導くことができます。」



・ 「仮定」と「結論」という言葉を生徒から引き出す。

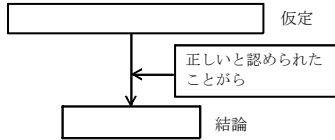
VII <練習問題>

練習



上の図で、 $OA=OB$, $OD=OC$ ならば、 $\angle A=\angle B$ であることを次のように証明したい。
このとき、次の問に答えなさい。

STEP 1 下の□にあてはまる式、言葉を入れなさい。



STEP 2 □にあてはまる言葉を入れ、証明しよう。

\triangle □ と \triangle □ 理由
 □ = □ ()
 □ = □ ()
 \angle □ = \angle □ ()
 \triangle □ \equiv \triangle □ ()
 \angle □ = \angle □ ()

- プリントを配布する。
- $OA=OB$, $OD=OC$ は黄色で印を付ける。

STEP 1

仮定 $OA=OB$, $OD=OC$

結論 $\angle A=\angle B$

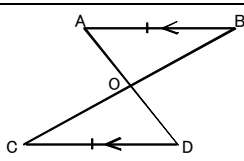
STEP 2

\triangle AOD と \triangle BOC 理由
 $OA = OB$ (仮定)
 $OD = OC$ (仮定)
 $\angle AOD = \angle BOC$ (対頂角)
 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ (2辺とその間の角がそれぞれ等しい)
 $\angle A = \angle B$ (合同な図形の対応する角は等しい)

- 解答を確認し、回収する。

IV 板書計画

問



上の図で等しい部分を見つけよう。

どうすれば $OA=OD$ といえるか?

→ 証明

→ $\triangle AOB \equiv \triangle DOC$ がいえればよい!

< $OA=OD$ になることの証明>

$\triangle AOB$ と $\triangle DOC$

$AB=DC$

$\angle A=\angle D$

$\angle C=\angle B$

$\triangle AOB \equiv \triangle DOC$

$OA=OD$

理由

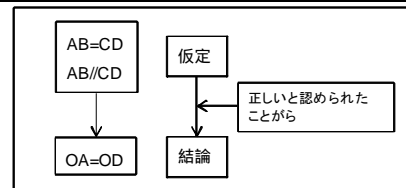
(与えられて
分かっていること)

(平行線の錯角)

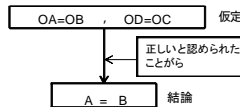
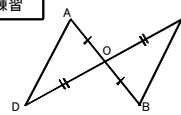
(平行線の錯角)

(1辺とその両端の角が
それぞれ等しい)

(合同な図形は対応する
辺が等しい)



練習



\triangle AOD と \triangle BOC 理由
 $OA = OB$ (仮定)
 $OD = OC$ (仮定)
 $\angle AOD = \angle BOC$ (対頂角)
 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ (2辺とその間の角がそれぞれ等しい)
 $\angle A = \angle B$ (合同な図形の対応する角は等しい)

VII 授業構築の視点

研究主題でもある「考える力」を育てる学習活動を展開するために、数学的活動を充実させることをねらいとして研究を進めてきた。授業における数学的活動が明確になると、授業の構想が明確化するだけでなく、子どもの活動が明確化する。また、それにより発問や手立ても自然と見えてくる。今回の1時間の授業における数学的活動を、次のように考え、授業を構築した。

| 本時案に位置付ける数学的活動 | 教師の発問／生徒の思考など |
|--|---|
| <div data-bbox="165 488 475 537" style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">問題提示と把握</div> <p data-bbox="207 577 742 705">○指示された図を的確に作図する。 ○問題から、見通しをもって等しい箇所を挙げる。</p> | <p data-bbox="821 622 1444 705">「等しいと思う部分をすべてノートに書き出してみよう。」</p> <ul data-bbox="821 716 1444 795" style="list-style-type: none"> ・辺や角について、等しいと思う箇所に印をつける。 |
| <div data-bbox="165 824 502 873" style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">課題設定・個人思考</div> <p data-bbox="207 913 694 996">○課題解決への見通しを持つ。 ○既習事項を利用し、課題を解決する。</p> | <p data-bbox="821 913 1045 952">「なぜ $OA=OD$？」</p> <ul data-bbox="821 963 1412 1220" style="list-style-type: none"> * 実測では説明ができないので「証明」が必要。 * 三角形の合同が言えればよい。 「$OA=OD$ になることを証明しよう。」 * 平行線の錯角が等しい * 一辺とその両端の角がそれぞれ等しい * 合同な図形は対応する辺が等しい |
| <div data-bbox="165 1236 475 1285" style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">課題の解決</div> <p data-bbox="207 1339 766 1467">○隣の生徒に、自分の言葉で、分かりやすく説明する。 ○全体場で、自分の考えを説明する。</p> | <p data-bbox="821 1339 1260 1377">「隣と自分の考えを説明し合おう。」</p> <p data-bbox="821 1433 1260 1471">「自分の考えを説明してください。」</p> |
| <div data-bbox="165 1541 475 1590" style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">まとめ</div> <p data-bbox="207 1630 774 1668">○本時の授業内容を、まとめの図で理解する。</p> | <p data-bbox="821 1630 1444 1713">「与えられて分かっていることと、仮定から導こうとしていることをそれぞれ何と言ったか。」</p> <ul data-bbox="821 1724 1444 1848" style="list-style-type: none"> * 仮定と結論 * 仮定から、根拠となることがらを使って、結論を導くことができる。 |
| <div data-bbox="165 1877 475 1926" style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">練習問題</div> <p data-bbox="207 1966 774 2049">○本時の授業内容を活用し、条件を変えた問題を考える。</p> | <p data-bbox="821 1966 1348 2004">「当てはまる記号や言葉をかき入れよう。」</p> <ul data-bbox="821 2016 1244 2054" style="list-style-type: none"> ・適する記号や言葉を書き入れる。 |

Ⅶ 指導案検討で討議された内容

①問題の変遷

今回の授業構築にあたって、次のような過程を経て問題を検討してきた。

まず、4章「平行と合同」を取り扱うにあたり、証明の学習に入る段階で、「仮定と結論」の押さえがしっかりできていなければ、その後の論証指導が難しくなるという話し合いになり、「仮定と結論」をしっかり押さえさせる授業を作ってみては？という流れになった。そこで扱う問題の検討に入り、教科書の問題を検討した。

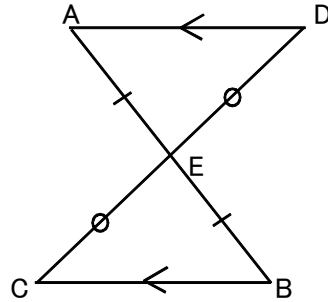
【東京書籍 P102 例2】

右の図は、線分 AB と CD との
交点を E として

$$EA=EB, AD\parallel CB$$

となるようにかいたものです。

このとき、 $ED=EC$ となることを
証明しなさい。

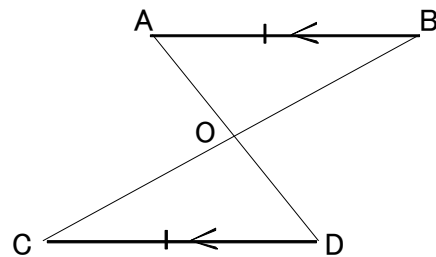


生徒がノートに図をかき場面を考えたときに、問題提示に時間をかけないように、より簡単にかける問題にしようということで下のように変更した。AB と CD をノートの罫線を利用し、長さは定規で測れば簡単にかけて、「ノート 1 ページ」とすれば、さまざまな図が出されると考えた。その後の指導案検討でも、これ以降問題の変更をしていない。

右の図で、等しい部分を見つ
けよう。

<かき方>

- ・ AB と CD は同じ長さにする
- ・ AB と CD はノートの罫線を使って平行になるようにする。



②課題の変遷

問題以外には、課題設定の場面が検討された。はじめは、

「 $\triangle AOB \cong \triangle DOC$ を証明しよう。」

と設定したが、問題から等しいと思われる部分を挙げ、等しい理由を確認していく中で、 $OA=OD$ と $OB=OC$ だけが、すぐに理由が出てこない。そこで「なぜ？」と出てくるのが課題と言えるだろうということで、

「OA と OD、OC と OB は本当に等しくなるだろうか。」

という課題に変更した。そして、仮定から結論を導く 1 時間目の問題として、結論が 2 つあるのは難易度が高いのではということで、

「どうすれば $OA=OD$ といえるか？」

という、一つの課題に絞って考えさせて、この課題が解決できれば、OB と OC が等しいことも同様に説明ができることを確認すればよいという結論になった。