

第3学年 数学科学習指導案

日時 平成23年10月21日(金) 9:00~9:50
生徒 旭川市立永山南中学校3年4組
(男子18名 女子18名 計36名)
授業場 旭川市立永山中学校 2階 3年3組教室
指導者 旭川市立永山南中学校 沼澤 和範
(使用教科書 東京書籍 新しい数学3)

I 単元名 3章 「関数 $y = ax^2$ 」

II 単元について

1 指導内容の系統と単元について

中学校第1学年では、比例や反比例について学習し、変化や対応についての見方や考え方を養うとともに、関数関係を表す表、式、グラフなどの特徴を学んでいる。中学校第2学年では第1学年の学習の発展として一次関数について学習し、関数についての理解を深め、一次関数と二元一次方程式の関係について学習している。いずれにおいても、具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して数量関係を見だし表現し考察する能力を漸次高めてきている。

本単元では、具体的な事象を通して、2乗に比例する関数 $y = ax^2$ を学習する。ここでは、関数 $y = ax^2$ の表、式、グラフを一次関数のそれらとの比較を通して、値の変化の仕方やグラフの特徴などを学習し、関数の理解を深める。そしてこれらの学習を通して、関数関係を見いだしたり、表現したり、考察したりする能力を一層伸ばすことが大切である。また、日常生活では数学化された既習の関数ではとらえられない関数関係があることを取り扱うことにより、中学校における関数についての学習内容を一層豊かにするとともに、後の学習の素地となるようにする。

2 生徒の実態と指導観について

3年4組は、教師の問いかけに対して自分なりの考えを発言する生徒が多く、与えられた問題の解決に向けて意欲をもって取り組むことができる。しかし、問題が難しすぎたり、解決の見通しが立たない場合には、考えたり調べたりすることをあきらめてしまう生徒もいる。

これまでの関数の学習では、具体的な事象から数量関係を見つけ出したりすることはできるものの、表、式、グラフを相互に関連付けて、問題を解決することが十分に身に付いていない。そこで、事前調査(別紙資料参照)を実施し、関数関係を調べたり表したりする場面で、自分の考えや、解決の見通しを立てるために必要な能力がどの程度身に付いているのかを把握することとした。詳しい調査問題と結果は別紙の通りである。事前調査からは、次のような生徒の傾向を確認することができた。

- ・数量関係を見いだすために、まずは「表」を用いて考えようとする生徒が多い。
- ・「表」を用いて関係を見いだそうとしても、比例、反比例、一次関数の判断ができない生徒も若干名いる。
- ・関係をとらえるために、「グラフ」から考えようとする生徒もいる。

これらの実態を踏まえ、本単元では、関数関係を調べるとき、表、式、グラフを場面に応じて適切に使いながら、問題を解決する手段として、それらを効果的に使えるように指導していきたい。また、集団思考の場面では、発問後の問い返しを工夫することにより、学級全体で課題や問題を解決できるように配慮していきたい。

III 単元の目標

単元の指導計画(問題配列表)に掲載

IV 単元の指導計画・評価規準表

別紙資料参照（指導案綴り最終ページに掲載）

V 本時の学習

1 本時の目標

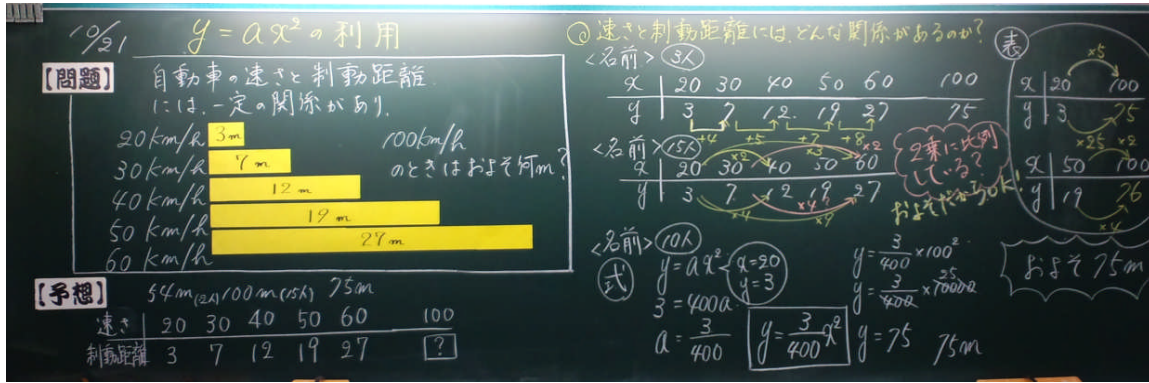
具体的な事象を表，式，グラフに表すことによって関数 $y = ax^2$ の関係を見だし，問題を解決することができる。

2 本時の展開

指導過程と主発問	学 習 活 動	留意点・評価										
I 問題提示と把握 【問題】 自動車の速さと制動距離には一定の関係があり，ある自動車で調べたところ，およそ次のようになった。 <table border="1" style="display: inline-table; margin: 10px;"> <tr><td>20km/h のとき</td><td>3m</td></tr> <tr><td>30km/h のとき</td><td>7m</td></tr> <tr><td>40km/h のとき</td><td>12m</td></tr> <tr><td>50km/h のとき</td><td>19m</td></tr> <tr><td>60km/h のとき</td><td>27m</td></tr> </table> 100km/h のときの制動距離はおよそ何mだろうか。	20km/h のとき	3m	30km/h のとき	7m	40km/h のとき	12m	50km/h のとき	19m	60km/h のとき	27m		<ul style="list-style-type: none"> ・高速道路をバスで移動している修学旅行中のビデオを見せ，風景の動きや高速道路表示から，100km/h のイメージをつかませる。 ・制動距離の説明を問題提示の中で行う。 (制動距離：ブレーキをかけ始めてから止まるまでの距離) ・問題に示した，それぞれの速さの制動距離を生徒に予想させながら事前に用意した紙テープで提示し，問題を把握させる。
20km/h のとき	3m											
30km/h のとき	7m											
40km/h のとき	12m											
50km/h のとき	19m											
60km/h のとき	27m											
II 予想 「60km/h までの結果から100km/h のときの制動距離を予想しよう。」	○60km/h までの結果から直観的に判断し，発表する。 【予想される生徒の反応】 ・54m・75m・100m・・・	<ul style="list-style-type: none"> ・問題シールを配布し，ノートに貼らせる。 										
III 個人思考・課題設定 「どのようにして考えたら100km/h のときの制動距離を求めることができるかな。」	【予想される生徒の反応】 ・表にして考えてみよう。 ・式で表せるだろうか。 ・グラフにしてみると…。	<ul style="list-style-type: none"> ・机間指導の中で，表，式，グラフを使って関係を調べている生徒を把握し，全体に紹介する。 										
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> 速さと制動距離にはどんな関係があるのだろうか。 </div> 「表，式，グラフを使って関係を調べよう。」	【予想される生徒の反応】 ・比例かな？ ・2乗に比例しているんじゃない？ ○表，式，グラフのいずれかで調べる。 【予想される生徒の反応】 ・制動距離の増え方が，4, 5, 7, 8・・・と一定ではないので，比例でない。 ・ x の値が2倍，3倍になるとき， y の値は2		<ul style="list-style-type: none"> ・速さを x km/h，制動距離を y m として調べることにする。 ・表ができた生徒に板書させ x と y の関係を考えるヒントとする。その後，式を取り上げる。 									

<p>IV 集団思考・課題解決</p> <p>「本当に2乗に比例する関数とみてもよいだろうか。」</p>	<p>倍, 3倍にならないから比例ではない。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・グラフをかくと放物線の一部になりそうだから2乗に比例する関数になりそう。 ・xの値が2倍(30km/h~60km/h)になるとき,yの値はちょうど4倍にはなっていない。 <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">×2</td> <td></td> <td style="text-align: center;">×3</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>速度(x)</td> <td>20</td> <td>30</td> <td>40</td> <td>50</td> <td>60</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td>距離(y)</td> <td>3</td> <td>7</td> <td>12</td> <td>19</td> <td>27</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">×4</td> <td></td> <td style="text-align: center;">×9</td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>【予想される生徒の反応】</p> <ul style="list-style-type: none"> ・もともと実験値だから, およそでいいのではないか。 ○表から, 速さが2倍, 3倍となると, 制動距離はおよそ4倍, 9倍となっているので, 2乗に比例する関数であると確認する。 ○表, 式を使った説明から関係を理解する。 		×2		×3				速度(x)	20	30	40	50	60	100	距離(y)	3	7	12	19	27				×4		×9			<ul style="list-style-type: none"> ・机間指導中に, 生徒のつぶやきをひろい, 比例の関係ではないことを全体で確認する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>【数学的活動①】</p> <p>事象を表, 式, グラフに表し, 関係を見いだす活動。</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>評価(観察・ノート)</p> <p>◎表から速さと制動距離の関係を見だし, 式に表すことができる。</p> <p>○表から速さと制動距離の関係を見いだすことができる。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・実験値を用いた資料であるため, 多少の誤差は構わないことを全体で確認する。 																					
	×2		×3																																																
速度(x)	20	30	40	50	60	100																																													
距離(y)	3	7	12	19	27																																														
		×4		×9																																															
<p>V 問題解決</p> <p>「100km/hのときの制動距離を求めよう。」</p>	<p>○表または式から100m/hのときの制動距離を求める。(75m・76m)</p> <p>【表を使って】</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">×5</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>速度(x)</td> <td>20</td> <td>30</td> <td>40</td> <td>50</td> <td>60</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td>距離(y)</td> <td>3</td> <td>7</td> <td>12</td> <td>19</td> <td>27</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">×25</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>・ $3 \times 25 = 75 \text{ m}$</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">×4</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>速度(x)</td> <td>20</td> <td>30</td> <td>40</td> <td>50</td> <td>60²</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td>距離(y)</td> <td>3</td> <td>7</td> <td>12</td> <td>19</td> <td>27</td> <td></td> </tr> </table> <p>・ $19 \times 4 = 76 \text{ m}$</p> <p>【式を使って】</p> <p>$y = ax^2$ に $x = 20$, $y = 3$ を代入して</p> $y = \frac{3}{400} x^2$		×5						速度(x)	20	30	40	50	60	100	距離(y)	3	7	12	19	27					×25								×4			速度(x)	20	30	40	50	60 ²	100	距離(y)	3	7	12	19	27		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>【数学的活動②】</p> <p>表, 式などを使って問題を解決する活動。</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>評価(観察・発言)</p> <p>◎表や式などを使って100km/hのときの制動距離の求めることができ, その求め方について説明することができる。</p> <p>○表や式などを使って100km/hのときの制動距離を求めることができる。</p> </div>
	×5																																																		
速度(x)	20	30	40	50	60	100																																													
距離(y)	3	7	12	19	27																																														
			×25																																																
				×4																																															
速度(x)	20	30	40	50	60 ²	100																																													
距離(y)	3	7	12	19	27																																														
<p>VI 定着・深化</p>	<p>$x = 100$を代入して$y = 75$よって, 75m</p> <ul style="list-style-type: none"> ○確認として, 200km/hのときの制動距離を求める。 ○教科書で本時の学習内容について確認する。 ○練習問題として「問1」「問3」を行う。 ○(空走距離) + (制動距離) = (停止距離)であることを知る。 	<ul style="list-style-type: none"> ・停止距離は空走距離と制動距離の和であることを説明し, 75mで停止することはほぼ不可能であることを補足説明する。 																																																	

3 板書計画（写真で掲載）



VI 授業構築の視点

「考える力」を育てる学習活動の展開 ～数学的活動の充実を目指して～

研究主題でもある「考える力」を育てる学習活動を展開するために、本研究では「数学的活動を充実させること」を主たる研究のねらいとしてきた。授業構想の段階では、数学的活動を取り入れる場面を明確に示すことで、問題解決の過程における本時の目標との関わりが明確になり、生徒の予想される反応を教師自身がしっかりとおさえることができると考えて実践した。

本時の指導案は、何度も実施した授業視察、並びに幾度か実践したプレ授業からの指導案検討を経て、再構築しながら作成したものである。特に数学的活動については、問題解決の授業の過程に沿って、次のようにそれらを教師が意図しながら取り入れた。

本時案に位置付ける数学的活動	教師の発問／生徒の思考など
<p>I・II 問題提示・予想</p> <p>○問題を把握し、問題の答えを直観的に予想する活動。</p> <p style="text-align: center;">↓</p>	<p>○「100 km/hのときの制動距離は、何mになるだろうか？」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 100m ・ 54m ・ 75m ・ わからない
<p>III 個人思考・課題設定</p> <p>○表や式、グラフを表現し、速さと距離の関係について自分なりに考察する活動。</p> <p style="text-align: center;">↓</p>	<p>○「速さと制動距離には、どんな関係があるだろうか？」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ グラフで考えると直線にはなっていない。 ・ 表にすると2乗に比例する関数になりそう。 ・ 式に表すことができれば、値がわかりそう。
<p>IV 集団思考・課題解決</p> <p>○いくつかの考えを根拠とし、2乗に比例する関数であることを見いだす活動。</p> <p style="text-align: center;">↓</p>	<p>○「おおよそ2乗に比例する関数と考えてよいだろうか？」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 実験値なので、少しの誤差は考えてもよい。 ・ 速さが2倍、3倍になると、制動距離はおおよそ4倍、9倍になっているから大丈夫。
<p>V 問題解決</p> <p>○式を利用して式で表し、問題の答えを導き出す活動。</p> <p style="text-align: center;">↓</p>	<p>○「式を利用すれば、制動距離が求められるだろうか？」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 速さが5倍になると制動距離は25倍になる。 ・ $y = ax^2$ に $x = 20$, $y = 3$ を代入して式を出せばいい。
<p>VI 定着・深化</p> <p>○解決した内容を基に、定着を通じて2乗に比例する関数への理解を深める活動。</p>	<p>○「今日の問題以外にも、2乗に比例する関数は、身の回りに存在しているだろうか？」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 教科書に物を落としたときの写真があった。

Ⅶ 指導案検討で討議された内容、問題の変遷

【本時の目標の変遷について】

今回の全道大会に向けて指導案検討会議を幾度か実施し、本時の目標について吟味した。次の表からは、ねらいの変遷の様子を見取ることができる。本時の授業に対する授業者の意図は、「具体的な事象に着目させること」、「関数 $y = ax^2$ を利用することで問題を解決できること」に気づかせることに重きがある。そこで、本日の指導案にあるような問題の提示や課題の投げかけなどを行い、授業を進めた。

【第1回検討会議】平成22年5月段階

- ・日常的な事象を、関数（比例（1次関数）・ $y = ax^2$ ）の関係としてとらえ、その関係をグラフや式で表すことができる。

【第2回検討会議】平成22年10月段階

- ・日常的な事象を、表・グラフ・式に表わすことによって、身近な生活に潜む関数 $y = ax^2$ の関係を見いだすことができる。

【第3回検討会議】平成23年1月段階

- ・具体的な事象を、表・グラフ・式で表すことによって、関数の関係が身近な生活に潜んでいることを実感する。

【第4回検討会議】平成23年6月段階

- ・関数関係を日常生活の事象に利用し、問題を解決することができる。

【第5回検討会議】平成23年10月段階

- ・具体的な事象を表、式、グラフで表すことによって関数 $y = ax^2$ の関係を見だし、問題を解決することができる。

【問題の検討の変遷について】

提示する問題については、何度も話し合いを重ねた。問題解決の授業では、与える問題によって生徒の活動が大きく異なってくるからである。特に、制動距離が伸びるイメージをもたせるために、問題の線分図をどのように提示するかを検討した。また、基本的に決定問題の形をとることにし、直観的に予想させるために、どのように問うのがよいかを議論した。下記に検討した問題の一部である。

<第1次案> 【問題1】

交通安全教室で、警察の方から自動車の速度と停止距離の関係が、次の表のようになると説明を受けた。

速度(km/h)	20	30	40	50	60	…
空走距離(m)	6	8	11	14	17	…
制動距離(m)	3	6	11	18	27	…
停止距離(m)	9	14	22	32	44	

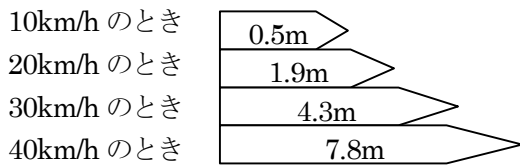
自動車が 120km/h で走っているときの停止距離は、何mとなるだろうか？

※停止距離＝空走距離＋制動距離

実践例集（「問題解決の授業に生きる「問題」集、明治図書」を参考に、空走距離と制動距離を考えながら、速さと制動距離の関係を見いだす問題を設定した。しかし、空走距離も考えると問題が複雑になるので、制動距離だけを考える問題に変更した方がよいのではないかという意見が出された。また、より生徒の身近な事象を問題とするために、自動車から自転車に変更して、場面を設定することにした。

<第2次案>【問題2】

自転車の速さと、制動距離を調べたところ、次のようになった。

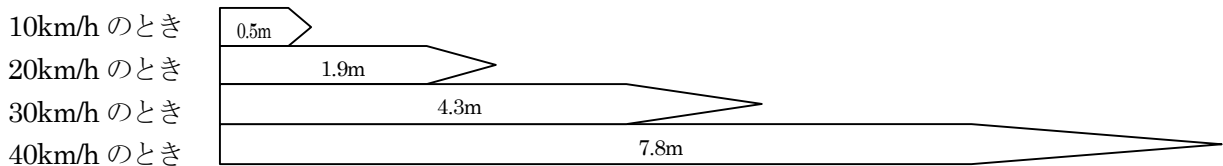


太郎くんがこの自転車で、60km/hで走っているときの制動距離は、何mとなるだろうか？

問題として提示する図の表し方を変えるとともに、自動車の制動距離の意味がつかみにくいという意見から、自転車の制動距離を求める問題に変更した。初めは80km/hのときの制動距離を問題としたが、実生活に即していないため60km/hに数値を変更することにした。しかし、検討会議では関数の関係を見いだそうとするならば、提示する図の長さの割合も考えた方がよいという意見が出された。そこで、線分図を紙テープなどで提示することなどを考えた。

<第3次案(夏季研修会)>【問題3】

自転車の速さと、制動距離を調べたところ、次のようになった。



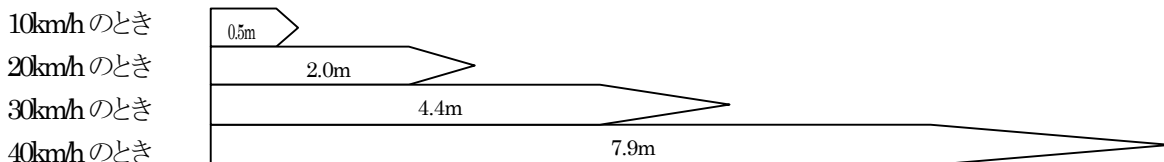
ひとしくんがこの自転車で、60km/hで走っています。20m手前ブレーキをかけて止まれるだろうか？

図の長さを変更した。検討会議では、問題把握から課題提示の中で、単に制動距離を求める問題でよいのかという疑問の声があがった。例えば、「止まれる／止まれない」の選択をさせる問題の方が生徒の予想をうながすことができる上に、スムーズに考えることができるという意見も出された。そこで、【問題3】のように改善することにした。

この問題を用いて、プレ授業を行ったところ、直観的に予想させたときに、ほとんどの生徒が「止まれる」と答えた。そこで、速度と制動距離の関係性にせまる必要感をもたせるために20mから15mに変更することを考えた。

<第4次案>平成22年度研究大会【問題4】

自転車の速さと、制動距離にはある一定の関係があり、調べたところ、次のようになった。

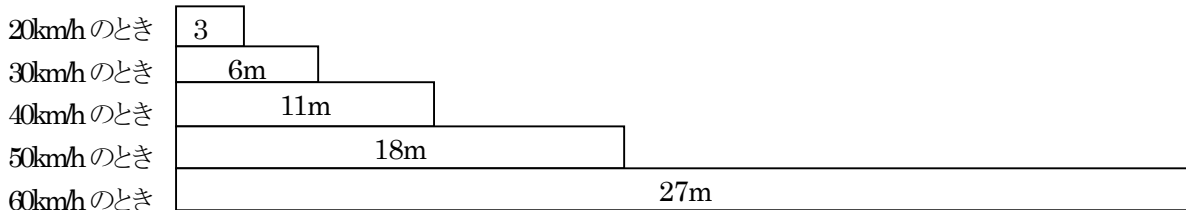


太郎くんがこの自転車で、60km/hで走っているとき、15m手前でブレーキをかけて止まれるだろうか？

昨年度の旭川市教育研究大会では、【問題4】で授業を実践した。協議の中では、「自動車での制動距離を考える問題は、生徒にとって本当に身近な事象となっていたのか」という意見が多く出された。そこで、問題設定を自動車に再度するとともに、二乗に比例する関数に気付かせるために、数値も改善して提示することにした。

<第5次案>平成23年度夏季研修会【問題5】

自動車の速さと制動距離には一定の関係があり、ある自動車で調べたところ次のようになった。



100km/hのときの制動距離はおよそ何mだろうか？

夏期研修会での意見を受けて、制動距離の数値を一部修正した。また、プレ授業を重ねて本時の授業に至った。

4章 $y = ax^2$ 事前調査

平成23年9月30日実施
調査人数36名

4組 _____ 番 名前 _____

1. 1年生では「比例と反比例」、2年生では「一次関数」とこれまでも「関数」の学習をしてきました。どんな関数なのか調べたり、関数の関係を表したりするときに用いたものを3つ答えなさい。

2. やかんでお湯を沸かそうとしています。やかんの水の温度は、はじめの5分間で次のように変化しました。

このとき、時間(x)と水の温度(y)との関係は、ほぼ「一次関数」とみなすことができます。時間(x)と水の温度(y)の関係が「一次関数」であることを、表、式、グラフのいずれかを用いて説明しなさい。

3. xとyの関係が次の表のようになった。①~④のxとyの関係を次のア~エの中から記号で選びなさい。

ア：比例 イ：反比例 ウ：一次関数 エ：比例でも反比例でも一次関数でもない

①

x	0	1	2	3	4
y	-1	2	5	8	11

正答21人 (58%)

②

x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-8	×	8	4

正答21人 (58%)

③

x	-1	0	1	2	3
y	3	0	-3	-6	-9

正答20人 (56%)

④

x	0	1	2	3	4
y	3	1	-1	-4	-8

正答23人 (64%)