

第3学年 数学科学習指導案

日時 平成23年10月21日(金) 9:00~9:50
生徒 旭川市立忠和中学校3年1組
(男子19名 女子14名 計33名)
授業場 旭川市立永山中学校 2階 3年1組教室
指導者 旭川市立忠和中学校 教諭 岡田 哲
(使用教科書 東京書籍 新しい数学3)

I 単元名 5章 「相似な図形」

II 単元について

1 指導内容の系統と単元について

学校教育法第30条第2項において、基礎的・基本的な知識・技能、思考力・判断力・表現力等及び学習意欲を重視することが定められた。これを受けて改訂された平成24年度完全実施となる学習指導要領(以下、新指導要領)において、数学科では、数学的活動を一層重視し、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付けること、数学的な思考力・表現力を育てること、学ぶ意欲を高めることなどが求められている。それにともなって、一部の内容の指導時期が改められ、小・中・高等学校間や中学校の学年間で多くの内容が移行されている。

新指導要領において、小学校算数科の第6学年で、図形についての観察や構成などの活動を通して、縮図や拡大図について学習する。生徒は、二つの図形の形が同じであることを、縮図や拡大図を通して理解する。中学校数学科では、これらの学習の上で、三角形や多角形などについて形が同じであることの意味をさらに明確にすることになる。

相似の意味を理解する場合、いろいろな割合で拡大したり縮小したりして図をかくことによって、相似な図形のイメージを豊かにすることが必要である。また、「図形Aを拡大して図形Bをかく」、「図形Aを縮小して図形Bをかく」のように、拡大、縮小は、一つの図形を操作して新たな図形を作ることの意味する言葉としてとらえられるが、「図形Aと図形Bは相似である」のように、相似は二つの図形を対象とし、その関係を表す概念である。

本単元では、既習の図形の性質を整理し、論理的に体系付け、組み立てることによって、数学的に推論することの必要性と意味及び方法の理解を深め、論理的に考察し、表現する能力を伸ばす。また、基本的な立体の相似の意味を理解し、相似な図形の性質を用いて図形の計量ができるようにすることがねらいである。さらに、地図や測量など、日常生活で相似な図形の性質を利用する場面が多く見られ、相似を学習することによって活用の深まりを生徒が実感できるように配慮していく必要がある。

2 生徒の実態と指導観について

本校の生徒は全体的に基礎的・基本的な知識や技能が身につけている生徒が少ない。反復して学習する習慣が乏しく、その場限りでの学習にとどまる生徒も見られ、四則計算など処理時間の差が大きく見られる。その反面、作業を伴ったり、活動が伴う学習に対して意欲的に取り組む。3年1組の生徒は明朗で質問に対する受け答えが積極的である。しかし、学力の差が大きく、数学への苦手意識から自分の考えを表現できない生徒も見られる。

本単元では図形領域の特性である視覚的なとらえやすさを有効に生かし、自分の考えを持つことに重点を置き指導したい。また、相似の定義を「一方の図形を拡大または縮小したときに他方の図形と合同になる」と位置づけ、小学校算数科で学習した内容を基に、具体的に相似な図形を作図する作業を通して「対応する線分の比が等しく、対応する角がそれぞれ等しい」ことを実感させたい。これを通して三角形の相似条件を三角形の合同条件と対比させながら理解を進め、学習が進むにつれて論理的考えることよさを実感させたい。また、問題の解決過程を重視する学習指導を通し、生徒が既習の学習事項を活用しながら新しい学習内容を習得することができるようにしたい。

Ⅲ 単元の目標

単元の指導計画（問題配列表）に掲載

Ⅳ 単元の指導計画・評価基準表

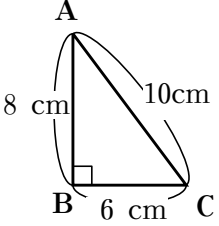
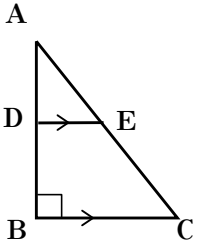
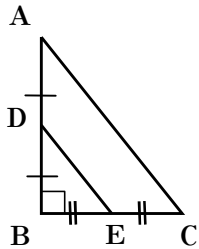
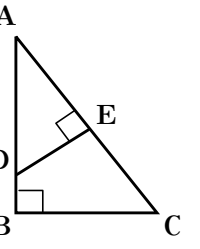
別紙資料参照（指導案綴り最終ページに掲載）

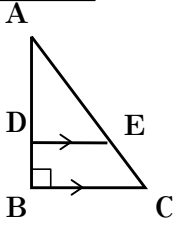
Ⅴ 本時の学習

1 本時の目標

- ・2つの三角形が相似であることを，三角形の相似条件を用いて証明することができる

2 本時の展開

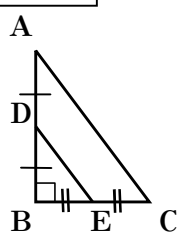
指導過程と主発問	学習活動	留意点
<p>I 問題提示</p> <div data-bbox="233 674 1056 936" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>〈問題〉 $\triangle ABC$の中に1本の線分をひいて $\triangle ABC$と相似な図形を作ろう</p>  </div> <p>「図に線分をかき入れよう」</p>		<ul style="list-style-type: none"> ・図がかかれたプリントを配布する
<p>II 個人思考</p> <p>線分を板書させ，どんな線分かを説明させる</p>	<p>図に線分をかく (予想される生徒の考え) ア 2辺の中点を結ぶ線分 イ 1辺に平行な線分 ウ 頂点Bまたは辺AB, BC上の任意の点から辺ACにおろした垂線</p>	<div data-bbox="1125 1093 1452 1220" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>[数学的活動] 相似な三角形を多様な考えでつくりだす活動</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・生徒個々の考えを黒板シートにかかせる
<p>III 集団思考</p> <p>同じ線分の引き方と見なすことができるものに分類させる</p>	<p>それぞれの線分の引き方に着目して，分類する</p> <div data-bbox="276 1697 1101 1993" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>ア  イ  ウ </p> </div>	<div data-bbox="1125 1556 1452 1680" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>[数学的活動] 線分の引き方として同じものを分類する活動</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・机間指導で生徒個々の考えを把握しておく

<p>IV 課題設定</p> <p>「これらの図形は本当に相似といえるのだろうか」</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ 同じ形である ・ 一方を拡大（縮小）すると合同になる ・ 三角形の相似条件にあてはまる 	
<p>【課題】 ア、イ、ウの三角形の組がどの相似条件にあてはまるか考え、その理由を説明しよう</p>		
<p>V 個人思考・集団思考</p> <p>「等しい辺の比や等しい角を探して、どの相似条件にあてはまるのかを考えよう」</p> <p>三角形の相似条件を1つ例に挙げ、全体に促す</p> <p>「どのように説明すると、わかりやすいだろうか」</p> <p>「隣の生徒に相似であることを理由とともに説明しよう」</p>	<p>$\triangle ABC$と補助線によってつくられた三角形がどの相似条件にあてはまるかを考える</p> <p>お互いに説明する</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ 三角形の相似条件を確認する ・ 等しい辺の比や等しい角について説明させる <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>[数学的活動]</p> <p>等しい辺の比や等しい角を見つけるを通して、どの相似条件にあてはまるかを考え、伝え合う活動</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・ 生徒個々の考えを把握し発表者を決定しておく <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>【評価】（観察）</p> <ul style="list-style-type: none"> ◎等しい辺の比や角の大きさなど、筋道を立てて説明できる ○相似条件に用いる等しい辺の比や角の大きさなどを見つけることができる </div>
<p>VI 課題解決・問題解決</p> <p>アの図を1つ提示する</p> <p>相似条件にあてはまる理由を説明させ、まとめながら板書する</p> <p>「この説明を文字にすると、どうなるだろうか。」</p> <p>証明の進め方を説明し、ノートに記録を指示する</p>	<p>下の図の$\angle A$（共通），$\angle AED = \angle ACB$同位角，90°のうちの2組が等しいことを自分の言葉で説明する</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>(ア)</p>  <p>$\triangle ADE$と$\triangle ABC$について</p> <p>$\angle DAE = \angle BAC$（共通）・・・①</p> <p>$\angle AED = \angle ACB$</p> <p>（$DE \parallel BC$の同位角）・・・・②</p> <p>①②より</p> <p>2組の角がそれぞれ等しいので</p> <p>$\triangle ADE \sim \triangle ABC$</p> </div> <p>証明の進め方をノートに記録する</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ 共通，同位角など既習事項を確認する ・ 相似となる三角形の組を確認する ・ 対応する順を示す ・ 三角形の相似条件を確認する ・ 角の大きさが等しいことを確認し，いずれかの2組でよいことを伝える <ul style="list-style-type: none"> ・ 三角形の合同の証明と比較させる

「イの図形について証明しよう」

証明を記述する
辺の比が等しいことをどのように書いたらよいか考える

(イ)



$\triangle DBE$ と $\triangle ABC$ について
 $DB : AB = BE : BC$
 $= 1 : 2 \dots \dots \textcircled{1}$
 $\angle DBE = \angle ABC = 90^\circ \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}\textcircled{2}$ より
 2組の辺の比とその間の角が等しいので
 $\triangle DBE \sim \triangle ABC$

[数学的活動]
発表した生徒の表現に不十分さがあっても、全体で考えを出しあう活動

- 適切に記号を使っているかどうかや、よりよい表現にするための工夫についても考えさせる

【評価】
(ノート・観察)
◎対応順など、正しく記述し、辺の比が等しいことの表現の仕方を考えることができる
○対応順を正しく記述し、辺の比が等しいことを表現しようとする

イの三角形の組において、辺の比が等しいことを説明させる

「ア、イの図形について三角形の相似条件をがいえることを示して、相似であることをいうことができました。」

VII 定着・深化

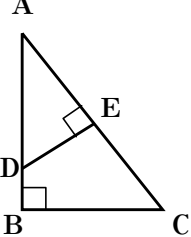
「ウの図形はどのように証明を記述すればよいだろうか」

以下の活動の進め方を確認し、ウの証明をペアで取り組ませる

- (活動の進め方)
- 自分のわからないところはどこなのか相手に伝え、教え合いながら進める
 - どのような見通しを持って、どの相似条件を用いるのかを確認して進める

ノートに証明をかく

(ウ)



証明の記述ができたペアは他の生徒の支援を行う

代表生徒に証明を記述させ、全体で確認する

[数学的活動]
記号を用いて、証明を記述し、それを伝え合う活動

- 証明の記述ができていない生徒の支援を行う
- 代表して黒板に記述する生徒を決めておく

3 板書計画

板書① (課題設定まで)

10/21
問題

△ABCの中に1本の線をひいて△ABCと相似な図形を作ろう

板書② (課題設定後)

10/21
問題

△ABCの中に1本の線をひいて△ABCと相似な図形を作ろう

ア, イ, ウの三角形の組がどの相似条件にあてはまるか考え、その理由を説明しよう

△ABCと△AEDについて
 $\angle CAB = \angle DAE$ (共通) …①
 $\angle ABC = \angle AED = 90^\circ$ …②
 ①②より
 2組の角がそれぞれ等しいので
 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

△ADEと△ABCについて
 $\angle DAE = \angle BAC$ (共通) …①
 $\angle AED = \angle ACB$
 (DE//BCの同位角) ……②
 ①②より
 2組の角がそれぞれ等しいので
 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

△DBEと△ABCについて
 $DB : AB = BE : BC$
 $= 1 : 2 \dots \dots$ ①
 $\angle DBE = \angle ABC = 90^\circ \dots \dots$ ②
 ①②より
 2組の辺の比とその間の角が等しいので
 $\triangle DBE \sim \triangle ABC$

VI 授業構築の視点

研究主題である「考える力」を育てる学習活動を展開するために、数学的活動を充実させることをねらいとして研究を進めてきた。本指導案では、数学的活動を意図的、計画的に取り入れることで、生徒は思考の流れに沿って理解することができたり、指導した内容の必要性を実感させることができると考えた。これをもとに、発問や指導の手立てを組み立て、次のように授業を構築した。

本時案に位置付ける数学的活動	教師の発問／生徒の思考など
<p>問題の提示と把握</p> <p>○問題からわかっていることを整理し、問題解決の予想を立てる。</p>	<p>「△ABCは辺の長さや90°が分かっている。」</p>
<p>課題の設定と把握</p> <p>○生徒個々が多様な発想で、条件にあてはまる補助線を見つける。</p> <p>○線分の引き方による図の分類を行う。</p>	<p>「どう補助線を引けば、相似になるだろうか？」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・形が同じになるように・・・ ・角を等しくするように・・・ ・辺の比が等しくなるように・・・ ・3つの相似条件のどれかにあてはまるように・・・ <p>「この補助線はどのように引いたのだろうか？」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・辺に平行に引いた ・辺の中点を結んだ ・辺に垂線を引いた
<p>課題解決・問題解決</p> <p>○それぞれの場合が、どの相似条件にあてはまるかを考える。</p> <p>○相似であることを伝え合う</p> <p>○口頭で説明したものを、文字で表現する。</p>	<p>「相似条件にはどんなものがあつただろうか」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・3辺の比はあてはまらない ・角が等しいものがある ・2組の辺の比が等しいものがある <p>「等しい辺の比や等しい角は、どれとどれだろうか」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・平行なので同位角が等しい <p>「どのように説明すると、わかりやすいだろうか」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・何を説明する必要があるだろうか ・説明する順番はどうしたらよいだろうか <p>「この説明を文字にすると、どうなるだろうか。」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・角が等しいことを表す式は、合同で学習した ・辺の比はどう表すのだろうか ・合同の証明に似ている
<p>定着・深化</p> <p>○既習の内容を使い、他の条件の証明を行う。</p>	<p>「どのように証明を記述すればよいだろうか」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・分かっている辺の長さから、辺の比が分かるか ・等しい角はどれだろうか ・どの相似条件にあてはまるだろうか ・既習の証明の書き方で、説明できるだろうか

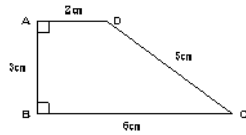
Ⅶ 指導案検討で討議された内容，問題の変遷

① 平成22年6月中旬～12月中旬

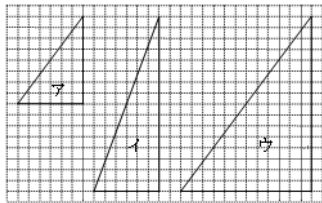
＜相似の導入の授業を検討＞

(1) 「台形をさまざまな方法で2倍に拡大した図を比較する問題」

これを2倍にした図をかこう

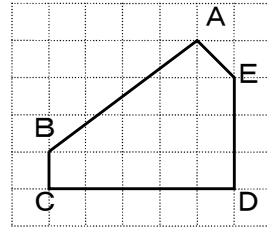


(2) 「三角形の辺の長さを求める問題」



左の図は1目盛り 0.5 cmの方眼紙です。
アの斜辺が5 cmのとき、
イとウの三角形の斜辺の
長さが正確に分かるのは
どちらだろうか？

(3) 「辺の長さから2倍になる図をかこう問題」



CDの長さが
10 cm となるコピ
ーした図をかこう

- ・指導案の作成
- ・グループ内での授業研究を含めた，問題の検討を行う。
- ・小学校の拡大図・縮図の公開授業の参観

現在の導入の内容は，新指導要領では小学校で指導される拡大図，縮図の復習となる内容であることから，別の内容を検討することにした。

② 平成23年1月下旬

＜相似の証明の授業を検討＞

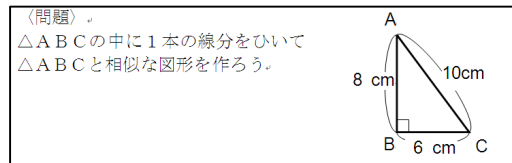
- ・公開授業を行うに内容を，導入，活用以外にすることに決定
- ・数学的活動を展開することを重視した問題の検討
- ・日常扱っている問題の工夫による授業展開の検討

以上の経緯を経て，証明の授業について授業をすることに決定した。

③ 平成23年3月

＜問題の確定＞

- ・新「問題解決」の授業に生きる「問題」集
に掲載されている問題を採用
(明治図書：相馬和彦・佐藤 保 共著 p133)
- ・指導案の作成開始



④ 平成23年6月

＜指導案検討＞

- ・本時のねらい，数学的活動の内容，授業展開の検討

⑤ 平成23年8月

＜指導案の確定＞

- ・旭川教育研究会夏期研修での最終検討
- ・課題の検討・・・まずどの三角形の相似条件をもとにして証明を組み立てるか，そして証明するに当たり，どの辺の比や角の大きさが等しいことをいえればよいかを的確に捉えられる課題に変更した。

「本当に相似な三角形といえるか，証明して確かめよう」

→「それぞれの三角形の組で，三角形の相似条件を用いて相似であることをいおう」

→「ア，イ，ウの三角形の組が相似条件にあてはまる理由を説明しよう」

→「ア，イ，ウの三角形の組がどの相似条件にあてはまるか考え，その理由を説明しよう」

- ・生徒の考えを取り上げる順序の検討

(イ) → (ア)の順で当初は考えていたが，三角形の合同の証明をもとに相似の証明を2組の角で確認後，相似の証明で初めて出会う1組の辺の比が等しいことをどのように記述したらよいのだろうかという点に広げるようにした。