数 学 科 学 習 指 導 案

平成２５年１０月２５日　９：３５～１０：４５
札幌市立八条中学校
第３学年５組　男子１９名　女子１８名　計３７名
指　導　者　関本　孝紀

1　単　元　名　　相似な図形

2　単元について

小学校算数科において第６学年で、図形についての観察や構成などの活動を通して、縮図や拡大図について学習している。２つの図形の形が同じであるということを縮図や拡大図を通して理解しているのである。中学校数学科では、これらの学習の上に立って、三角形や多角形などについて形が同じであることの意味をさらに明確にすることになる。

相似の意味を理解する場合、いろいろな割合で拡大したり縮小したりして図をかくことによって、相似な図形のイメージを豊かにすることが必要である。また,「図形Ａを拡大して図形Ｂをかく」、「図形Ａを縮小して図形Ｂをかく」のように、拡大，縮小は、１つの図形を操作して新たな図形を作ることを意味する言葉としてとらえられるが、「図形Ａと図形Ｂは相似である」のように、相似は、２つの図形を対象とし、その関係を表す概念である。なお、２つの図形は、次のそれぞれの場合相似である。

①　一方の図形を拡大または縮小したときに他方の図形と合同になる。
②　対応する線分の比が等しく、対応する角がそれぞれ等しい。
③　適当に移動して相似の位置に置くことができる。

①は、第２学年で学習した合同を図形の移動という操作に基づいて、「一方を移動して他方に重ねることのできる２つの図形は合同である。」と定義しているものに対応する相似の定義となる。この定義は、相似な図形を作図する学習の導入としてわかりやすい。また、曲線図形にも適用でき、元の図形との対応が比較的はっきりしている。この定義の場合、②は相似の性質と考えることができる。

②の定義は、線分で囲まれた図形に関する論証の基礎として大切である。これによって，容易に演繹的に推論することを進めていける。しかし、相似な図形を実際に作図する手段とはかけ離れており、どの辺とどの辺が対応するのか、どの角とどの角が対応するのか見つけにくいことがある。

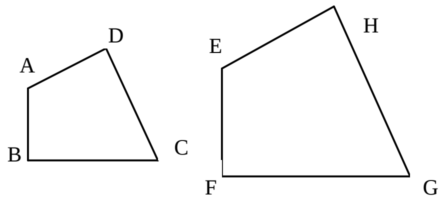
③は、合同な図形が「きっちり重ね合わすことができる図形」であるのに対し、相似な図形は「１点から見通すことによって重ね合わすことができる図形」であることを意味している。この定義は曲線図形にも適用ができる。ただ，裏返さないと相似の位置に置けない場合があることに注意が必要である。

3　単元の目標

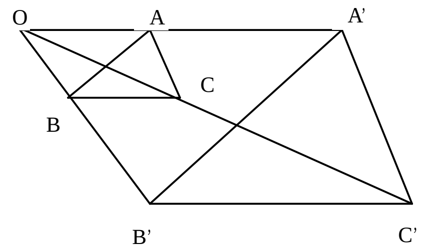
（１）相似な図形に関心をもち、それに関連する性質を使って図形のいろいろな問題を解決しようとする。
（２）三角形の相似条件などを使って図形の性質を証明することができる。
（３）三角形の相似条件、平行線と線分の比、相似比と面積比・体積比の関係などを使って、線分の長さ、面積、体積を求めることができる。
（４）相似の意味や相似な図形の性質を理解することができる。

4　単元の指導計画

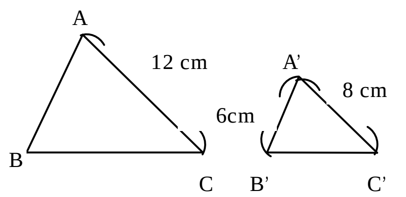
<table>
<tr><th></th><th>学　習　活　動</th><th>観　点　別　評　価　基　準</th></tr>
<tr>
<td>1
相
似
な
図
形

8
時
間</td>
<td>・ある図形を拡大または縮小した図形について考える。


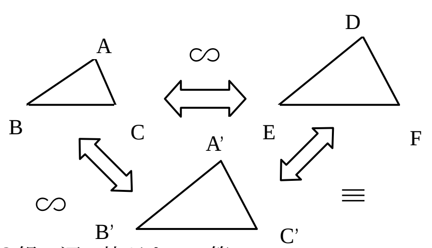
四角形 ABCD∽四角形 EFGH

・相似な図形をかいて、相似な図形の性質について調べる。


・対応する線分の長さの比はすべて等しい。
・対応する角の大きさはそれぞれ等しい。

・相似な図形の性質を使って、相似な図形の辺の長さを求める。


AB:A’B’=AC:A’C’

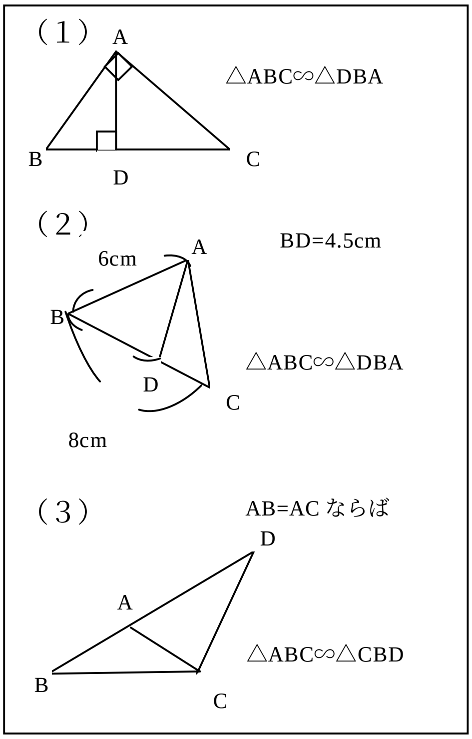
・２つの三角形が相似になる条件を考える。


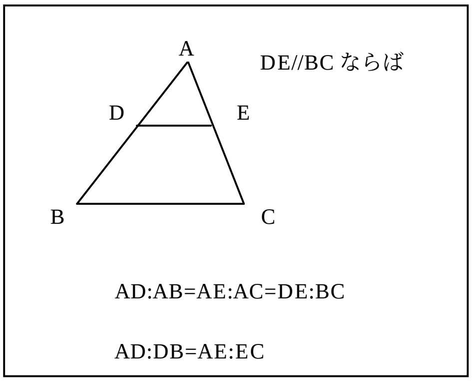
３組の辺の比がすべて等しい
２組の辺の比が等しく、その間の角が等しい
２組の角がそれぞれ等しい</td>
<td>【関心・意欲・態度】
・三角形の相似条件に関心をもち、それを使って２つの三角形が相似であることを考えようとしている。

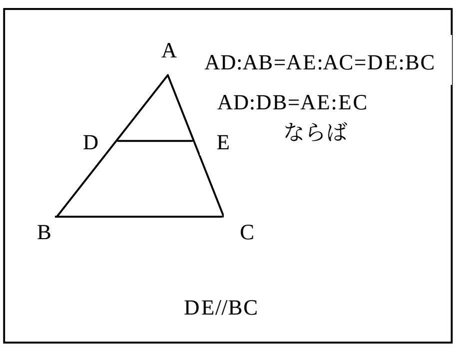
【見方・考え方】
・与えられている辺の長さや角の大きさから、どの相似条件が使えそうか見通しを立てて考察することができる。

【技能】
・三角形の相似条件を使って、相似な三角形を見つけることができる。
・相似を用いた簡単な証明において、辺や角の関係を読み取ることができる。

【知識】
・三角形の相似条件を合同条件と関連づけて理解している。
・三角形の相似条件を使って証明する方法を理解している。</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>・三角形の相似条件を使って、２つの三角形が相似であるかどうかを調べる。
</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>$\boxed{2}$
平行線と線分の比

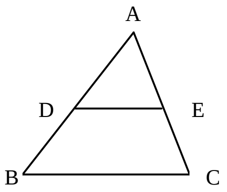
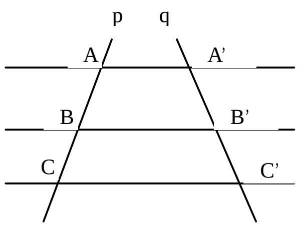
８時間</td>
<td>・三角形の辺に平行な線分の長さについて調べる。

・角の二等分線と線分の比の関係について調べる。（本時）

・三角形と比の逆について調べる。
</td>
<td>【関心・意欲・態度】
・中点連結定理に関心をもち、中点に関わる図形の性質の発見に見通しをもって活用しようとしている。

【見方・考え方】
・中点連結定理はどんな場面で活用すると効果的か考えることができる。
・平行線と線分の比の性質の証明で三角形と比の性質が使えるように補助線のひき方を考えることができる。

【技能】
・三角形と比の性質やその逆を使って線分の長さを求めたり、平行な線分を見つけたりすることができる。

【知識】
・三角形と比の性質とその逆を三角形の相似条件と関連づけて理解している。</td>
</tr>
</table>

	・三角形の２辺の中点を結ぶ線分と残りの辺との関係を調べる。  DE//BC ，DE＝ $\frac{1}{2}$ BC ・直線が平行線と交わるときにできる線分の比について調べる。  AB:BC=A’B’:B’C’	
$\boxed{3}$ 相似な図形の面積の比と体積の比	・相似な平面図形の相似比と面積の関係を調べる。 ・相似な立体の相似比と表面積，体積の関係を調べる。 ・相似比と体積の比の関係を使って、いろいろな問題を考える。	【関心・意欲・態度】 ・相似と面積比や体積比の関係に関心をも、それらの関係を考えようしている。 【見方・考え方】 ・相似比と面積の比や体積の比の関係について見通しをもって考察し、一般化することができる。 【技能】 ・平面図形の中に相似な図形を見出し，相似な平面図形と面積の比の関係を使って，図形の面積を求めることができる。 ・ある立体の表面積や体積がわかっているとき，その立体と相似な立体の表面積や体積を求めることができる。 【知識】 ・相似比と面積の比や体積の比の関係について理解している。

5　生徒の実態

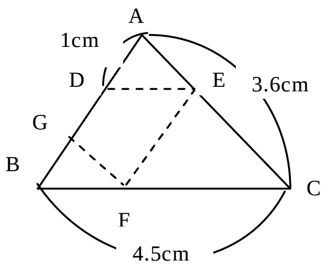
本学級の生徒は、学習に意欲を持っている生徒とそうでない生徒の差が激しく、教科に対する理解度も格差が大きい。家庭での学習習慣が身についている生徒が少なく、知識の定着、技能の向上にも時間がかかる生徒が多い。

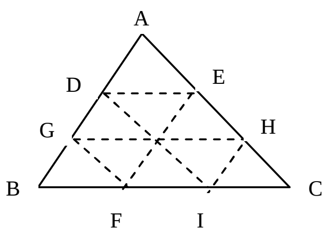
この４月から、問題の難易度に応じ、自分の解いた問題の解説を行わせ、みんなの前で発表させる授業を行ってきた。また、学級を２つに分けて、習熟度別少人数指導も行っていて手応えを感じている。これらの授業を通して、生徒から理解を示す「つぶやき」が少しずつ聞こえるようになってきている。

本単元では、相似な図形について「角の二等分線と線分の比の関係について調べる」学習であるが、補助線をひいて考える問題として、既習事項を利用しながら、なんとか自分の考えを持たせたいところである。個の考えを持ち、小集団での学びあいに発展してほしいところだが、グループによってはなかなか難しいところもある。

学級の雰囲気は、活発に発言する生徒がいる一方、学習が大きく遅れていて全く適応できない生徒もいるため、ヒントなどを使って、そのような生徒への活躍の場も見出したいと考えている。

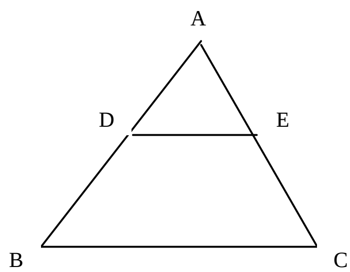
6　前後の授業の展開計画表

<table>
<tr><th></th><th>学習内容</th><th>具体的な学習活動</th><th>指導のてだて</th></tr>
<tr>
<td>1
／
8</td>
<td>・三角形の辺に平行にひいた線分の長さに関心をもち，三角形の相似条件などを使ってそれを調べようとする。</td>
<td>下図の△ABC で，辺 AB 上の点 D から，次の①〜③の手順で直線をひきます。
①　点 D から辺 BC に平行な直線をひき，辺 AC との交点を E とする。
②　点 E から辺 AB に平行な直線をひき辺 BC との交点を F とする。
③　点 F から辺 AC に平行な直線をひき辺 AB との交点を G とする。


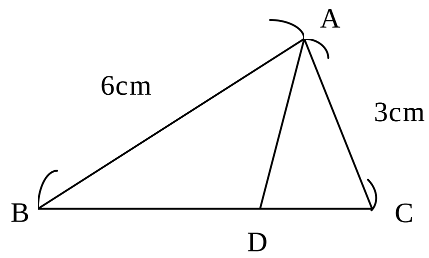

<table>
<tr><th>DE</th><th>EF</th><th>FG</th><th>GH</th><th>HI</th><th>ID</th></tr>
<tr><td>1.5</td><td>2</td><td>1.2</td><td>3</td><td>1</td><td>2.4</td></tr>
</table>
DE:BC を求めよう。</td>
<td>・ワークシートに個々に①〜③の手順で直線をひかせる。

・三角形の辺に平行な線分を三角形の内側にひく。

・次時に向けて、三角形の辺に平行な線分を三角形の外側にひくこともあることを示唆しておく。

DE//BC ならば


AD:AB=AE:AC=DE:BC
AD:DB=AE:EC
・証明問題は穴埋めで行う。</td>
</tr>
</table>

2/8	・三角形の角の二等分線と線分の比の関係について調べようとする。 （本時）	AB=6cm ， AC=3cm の２つの線分があり、この２つの線分を使って作られた△ABC がある。このとき、∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とすると、線分の比の関係について、どのようなことがいえるか予想してみよう。  	・生徒には、ワークシートを配布する。 ・定規やコンパス、分度器などを用意させておく。
3/8	・三角形と比の性質やその逆を使って，線分の長さを求めたり，平行な線分を見つけたりすることができる。		

7　本時の目標

（1）　本時の目標

・　三角形の角の二等分線の性質を見出すために、補助線をひくことで相似の性質などを使って考察することができる。【見方・考え方】

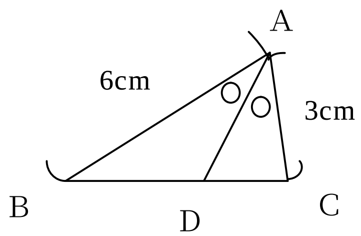
・　三角形の角の二等分線の性質の意味を理解する。【知識・理解】

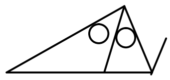
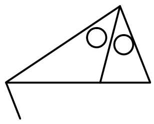
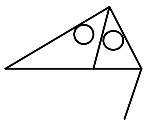
（2）　研究の視点に関連して

・　簡単な予想問題をきっかけに、個人で既習事項を想起しながら問題に向きあっていく。試行錯誤の結果、自分の考えをもち小集団活動を行う。自分の考えを修正しながら、考えを１つにまとめていく。その過程で三角形の角の二等分線の性質を見出すために、補助線を使って考察するが、わからない生徒には、的確なヒントを与えて考察できるように指導していきたい。

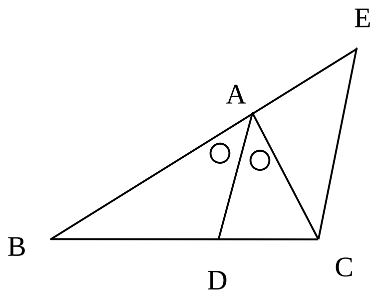
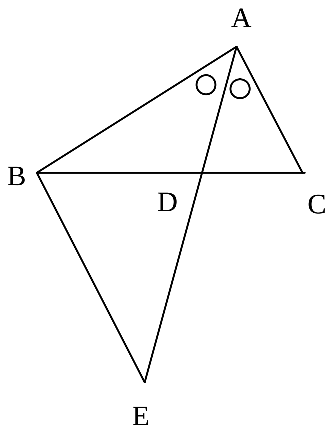
・　この授業では、生徒が個々の考えを持ち、学びあう楽しさを体験することで、生徒の学習への自信と意欲の高まりを期待している。

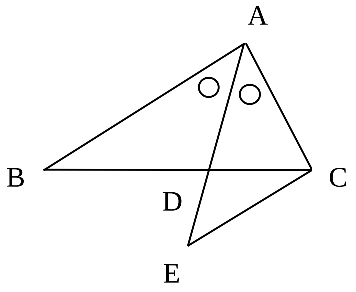
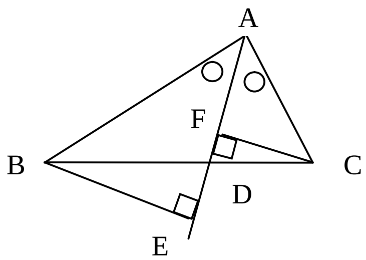
8　本時の指導案

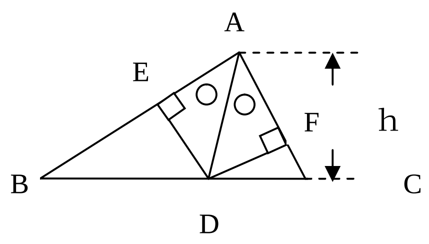
学習のねらいと発問	学　習　活　動	評価・配慮事項
1　問題の把握 AB=6cm ，AC=3cm の２つの線分があり，この２つの線分を使って作られた△ABC がある。このとき、∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とすると，線分の比の関係について，どのようなことがいえるか予想してみよう。		・ノートに作図し、イメージをつかむ。 ・生徒には，ワークシートを配布する。 ・定規２枚やコンパス，分度器などを用意させておく。 【予想されること】 1　AB:AC は 2:1 である。 2　BD:DC も 2:1 である。 3　BD=AD（見た目から）
2　問題の追求	・問題文から図を考える。 ・いろいろな角度の三角形があってもよい。 ・線分の長さを定規ではかってはどうか。 ・補助線をひいて考えてはどうか。	関心・意欲・態度　〔観察〕 ヒント ○どの辺の比を考えればよいか。
3　課題の把握 「補助線をひいて考えてみよう。」	・AB：AC=BD：DC＝２：１を予想する。 ・定規で長さを測る。 ・補助線をひいてみる。 ・説明を考える。	知識・理解　〔観察〕 ○補助線が平行線となることに気づく。 ◎補助線が三角形と比の性質が使えることに気づく。

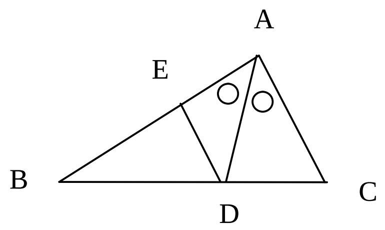
4　課題解決のための追求	・４人グループになって、わからない生徒は先生からヒントを得たり､考えのある生徒は互いに交流して、自分の考えの参考とする。 ヒントカード No.1 三角形の外側に平行線をひいてみよう。  ヒントカード No.2 三角形の外側に平行線をひいてみよう。  ヒントカード　No.3 三角形の外側に平行線をひいてみよう。 	数学的な見方・考え方　〔観察〕 ○相似が利用できないかどうか考える。 ◎図をかいて説明を考える。 《ヒント》 ・それぞれ延長線の交点をイメージさせる。 ・小集団になり、４人の意見の方向性が定まっていない場合早い段階でヒントを出す。 ４人グループの構成 ・リーダー ・サブ・リーダー ・ヒント係 ・情報屋
5　多様な考え方の交流 「いろいろな考えがあるが最も良かった考え方はどれか。」	・自分の考えをワークシートにまとめる。 ・発表生徒は、順に図で説明する。 一人一人の発表内容について､質問や意見を述べ合い、よさや課題を考える。	・発表者は基本的に生徒の挙手で決めるが、あらかじめ教師が発表させたい生徒を抽出し指名することもある。 ・教師がそれぞれの発表のよさや課題を確認する。
6　課題の解決	・AB:AC=BD:DC＝2:1 が確認できる。	・前時の三角形と比（１）を確認する。
7　まとめ	・三角形と比についてまとめる。 ⇒AB,AC の線分の長さが変わってもAB:AC=BD:DC が成り立つ。 例　AB=5cm，AC=3cm のとき AB:AC=BD:DC＝5:3	

予想される答え

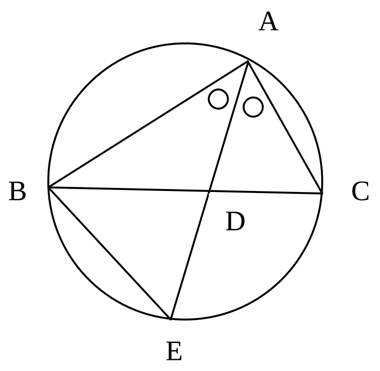
<table>
<tr>
<td>No.1

</td>
<td>点 C を通り，DA に平行な直線と BA の延長線との交点を E とする。
AD//EC で平行線の同位角は等しいので，
∠BAD=∠AEC・・・①
また，AD//EC で平行線の錯角は等しいので
∠DAC=∠ACE・・・②
①　②より
∠AEC=∠ACE
△ACE は二等辺三角形なので，
AC=AE・・・③
AD//EC のとき
BA:AE=BD:DC・・・④
③　④より
AB:AC=BD:DC</td>
</tr>
<tr>
<td>No.2

</td>
<td>点 B を通り，AC に平行な直線と AD の延長線との交点を E とする。
BE//AC で平行線の錯角は等しいので，
∠BEA=∠CAE・・・①
また，∠BAE=∠BEA・・・②
①　②より
∠BAE=∠BEA
△BEA は二等辺三角形なので，
BE=BA・・・③
△ADC と△EDB において
∠CAD＝∠BED
対頂角なので
∠EDB=∠ADC
２組の角がそれぞれ等しいので
△ADC∽△EDB
したがって
BE:CA＝BD:DC・・・④
③　④より
AB:AC=BD:DC</td>
</tr>
</table>

No.3  	点 C を通り，AB に平行な直線と AD の延長線との交点を E とする。 AB//EC で平行線の錯角は等しいので， ∠BAE=∠CEA・・・① また，∠BAE=∠CAE・・・② ①　②より ∠CEA=∠CAE △CAE は二等辺三角形なので， CA=CE・・・③ △DAB と△DEC において ∠DAB＝∠DEC 対頂角なので ∠ADB=∠EDC ２組の角がそれぞれ等しいので △DAB∽△DEC したがって AB:EC＝BD:DC・・・④ ③　④より AB:AC=BD:DC
No.4  	点 A を通り，AD の延長線をひき、点 C，点 B から AD のおろした垂線の交点をそれぞれ点 F，点 E とする。 △ABE と△ACF において ∠BAE＝∠CAF ∠BEA＝∠CFA＝90° ２組の角がそれぞれ等しいので △ABE∽△ACF したがって，AB:AC=BE：CF・・・① また，△BED と△CFD において 同様に BE：CF＝BD:DC・・・② ①　②より AB:AC=BD:DC

<table>
<tr>
<td>No.5

</td>
<td>点 A から辺 BC の下ろした垂線の長さを h とすると，
△ABD：△ACD
$=BD\times h\times\frac{1}{2}：DC\times h\times\frac{1}{2}$
＝BD：DC・・・①

また，点 D から辺 AB，AC に下ろした垂線の足をそれぞれ，E，F とする。
△AED≡△AFD であるから，DE=DF
よって
△ABD：△ACD
$＝AB\times DE\times\frac{1}{2}：AC\times DF\times\frac{1}{2}$
＝AB：AC・・・②
①　②より
　AB：AC＝BD：DC</td>
</tr>
<tr>
<td>No.6

</td>
<td>点 D を通り, CA に平行な直線と AB の交点を E とする。
ED//AC より、平行線の錯角は等しいから
　∠CAD＝∠EDA・・・①
仮定より、
　∠EAD=∠CAD・・・②
①　②より　∠EAD=∠EDA
よって△EDA は、二等辺三角形なので、
　EA=ED・・・③
ED//AC より
BE：EA=BD：DC・・・④
また、△EBD と△ABC において
ED//AC より、同位角が等しいので
　∠BED=∠BAC
　∠BDE=∠BCA
２組の角がそれぞれ等しいので
△EBD∽△ABC・・・⑤
⑤より BE：ED=BA：AC・・・⑥
③④⑥より
AB：AC=BD：DC</td>
</tr>
</table>

No.7



△ABC に外接する円がある。AD の延長線と円との交点を E とする。

△ABE と△ADC において

∠BAE=∠DAC

円周角の定理より

∠AEB＝∠ACB

２組の角がそれぞれ等しいので,

△ABE∽△ADC

したがって

AB：AD＝BE：DC なので

AB×DC＝AD×BE・・・①

同様に

△DAC∽△DBE であるから

BE：AC＝DB：AD なので

AC×DB＝AD×BE・・・②

①　②より

AB×DC＝AC×DB

よって

AB：AC＝BD：DC