

第1学年 数学科学習指導案

日 時 平成26年11月6日(木) 14:00~14:50

場 所 北見市立南中学校 2年A組教室

生 徒 北見市立高栄中学校 1年B組

(男子14人・女子13人 計27人)

授業者 北見市立高栄中学校 教諭 米村隆宏

1 単元名 「4章 比例と反比例」 (使用教科書「教育出版」)

2 単元について

小学校算数科では、第4学年から第6学年にかけて、ともなって変わる2つの数量の関係を、言葉、□、△、 a 、 x などを用いて式に表し、それらに数を当てはめて調べたり、変化の様子を折れ線グラフで表し、変化の特徴を読み取ったりしてきている。また、比例の関係を理解し、これを用いて問題を解決したり、反比例の関係について理解したりしてきている。

中学校数学科第1学年では、これらの学習の上に立って、事象の中から比例、反比例の関係にある2つの数量を取りだし理解することや、表、式、グラフに表し、その特徴を調べることができること、および、比例、反比例を用いて身のまわりの問題を解決することができることを目標としている。

関数関係については、関係する2つの数量について、一方の値を決めれば他方の値がただ1つ決まることを意味し、変化や対応の様子に注目して関数関係についての理解を深める。式については、変数や定数を文字で表し、変域を負の数にまで拡張し、文字を使った式で表現する。グラフについては、座標を理解し、座標を用いてグラフに表す。表、式、グラフを用いるとき、これらを別々のものとして扱うのではなく、相互に関連づけ、一体となって理解できるようにする必要がある。

また、日常的な事象の中には、比例、反比例とみなせるものもあり、2つの数量の関係について、変化や対応の様子を表、式、グラフを用いて考察し、その関係が比例、反比例であると理解できれば、変化や対応について様々な特徴をとらえることができる。

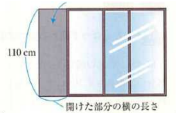
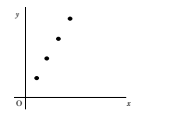
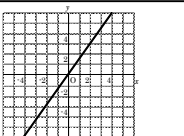
本校第1学年の生徒は、数学の学習には概ね意欲的に取り組んでいる。少数ではあるが、積極的に意見や考えを発表し、主体的に問題を解決しようとする生徒もいる。一方で、基本的な計算でつまづいてしまう生徒や受け身で消極的な生徒もおり、基礎・基本が定着していない生徒も多い。

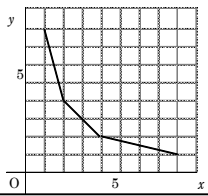
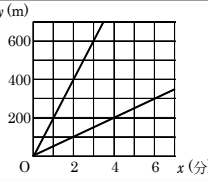

このような実態を踏まえ、指導にあたっては生徒が主体的に考えることができるような問題を工夫する。また、式の表し方、グラフのかき方といった技能だけではなく、特徴を見い出したり、根拠を説明したりする活動を取り入れ、解決過程を重視した授業を展開する。その上で、本単元に関わる基礎的・基本的な知識・技能を確実に理解させ、定着させるとともに、適切に活用する力を高めていく。

3 単元の目標

具体的な事象の中から2つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係についての理解を深めるとともに、関数関係を見だし、表現し考察する能力を培う。

4 単元の指導計画 (全 20 時間)

学習項目	学習目標と問題	主な数学的活動												
<p>1 比例 ①関数 (2 時間)</p>	<p>〈目標〉 2つの数量の関係を調べることを通して、関数の意味を理解することができる。</p> <p>【問題】 窓を開けるときの、開けた部分の横の長さにもなって変わるものは何ですか？</p>  <p>〈目標〉 具体的な事象の変化の様子をとらえ、変域について理解することができる。</p> <p>【問題】 太郎君は、自転車で家を出発し、分速 0.5 kmの速さで 3 km離れた学校へ向かっている。家を出発してから 3分後、7分後に太郎君はどこにいるだろうか？</p>	<p>○ともなって変わるつの数量の関係を調べる活動。</p> <p>○時間と距離の関係を、図などを使ってとらえる活動。</p>												
<p>②比例の式 (3 時間)</p>	<p>〈目標〉 具体的な事象の変化や対応を、表を使って考察し、比例の関係を理解することができる。</p> <p>【問題】 深さ 20 cmの水槽に、毎分 2 cmずつ水位が高くなるように水を入れていく。現在の水位を 0 cm、x 分後の水位を y cmとする。時間の経過にもなって水位はどのように変化するだろうか？</p> <p>〈目標〉 具体的な事象の変化や対応を表、式を使って考察し、減少する比例の関係を理解することができる。</p> <p>【問題】 水がいっぱいに入った深さ 20 cmの水槽から、毎分 2 cmずつ水位が低くなるように水を抜いていく。現在の水位を 0 cm、x 分後の水位を y cmとする。時間と水位はどのような関係にあるだろうか？</p> <p>〈目標〉 比例の関係を読み取り、式に表すことができる。</p> <p>【問題】 y が x に比例する関係を表した表である。y を x の式で表し、表を完成させよう。</p> <table border="1" data-bbox="539 1276 1088 1355"> <tr> <td>x</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td></td> <td>3</td> <td></td> <td></td> <td>-6</td> </tr> </table> <p>(式) $y =$</p>	x	-2	-1	0	1	2	y		3			-6	<p>○時間と水位の関係を、表を使ってまとめ、比例の関係を見いだす活動。</p> <p>○時間と水位の関係を、表や式を使ってまとめ、減少する事象においても比例の関係が成り立つことを見いだす活動。</p> <p>○比例の式を利用して問題を解決する活動。</p>
x	-2	-1	0	1	2									
y		3			-6									
<p>③座標 (1 時間)</p>	<p>〈目標〉 座標平面における点の表し方や読み方を理解することができる。</p> <p>【問題】 教室の〇〇くんの座席の位置を、他の学級の生徒に正確に伝えたい。どのように伝えるとよいか。</p>	<p>○座席の位置を説明する活動。</p>												
<p>④比例のグラフ (2 時間)</p>	<p>〈目標〉 対応表をもとに比例のグラフをかき、グラフの特徴を理解することができる。</p> <p>【問題】 太郎君は $y=2x$ のグラフを右のようにかいた。グラフは正しいだろうか？</p>  <p>〈目標〉 比例のグラフから式を求めることができる。</p> <p>【問題】 グラフが右の図のようになる関数の式を求めてみよう。</p> 	<p>○x, y の関係を表にまとめ、x の値を細かくして考えることから、グラフの特徴を見い出す活動。</p> <p>○グラフから、比例の関係であることを読み取り、座標をもとに式に表す活動。</p>												
<p>練習問題 (1 時間)</p>														

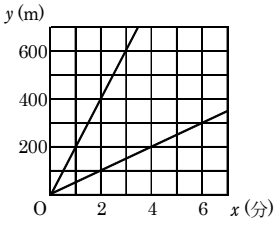
<p>② 反比例 ①反比例の式（2時間）</p>	<p>〈目標〉具体的な事象の変化を考察し、反比例の特徴や式を理解することができる。</p> <p>【問題】面積が12cm²の長方形をいろいろかいてみよう。</p>	<p>○長方形の縦と横の長さの関係に着目し、反比例の関係を見いだす活動</p>										
	<p>〈目標〉反比例の関係を読み取り、式に表すことができる。</p> <p>【問題】yはxに反比例し、$x=3$のとき$y=6$である。yをxの式で表してみよう。</p>	<p>○反比例の関係から式を利用して問題を解決する活動。</p>										
<p>③反比例のグラフ （2時間）</p>	<p>〈目標〉表をもとに反比例のグラフをかき、グラフの特徴を理解することができる。</p> <p>【問題】太郎君は、下の表をもとに $y = \frac{8}{x}$ のグラフをかいた。正しいだろうか？</p> <table border="1" data-bbox="454 645 837 719"> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>8</td> <td>4</td> <td>2</td> <td>1</td> </tr> </table> 	x	1	2	4	8	y	8	4	2	1	<p>○xの値を細かくして考えることから、グラフの特徴を見いだす活動</p>
x	1	2	4	8								
y	8	4	2	1								
	<p>〈目標〉表をもとに比例定数が負の数である反比例のグラフをかき、グラフの特徴を理解することができる。</p> <p>【問題】$y = -\frac{8}{x}$のグラフをかいてみよう。</p>	<p>○表をもとにグラフをかく活動。</p>										
<p>練習問題（1時間）</p> <p>③ 比例，反比例の活用 ①比例，反比例の活用 （4時間）</p>	<p>〈目標〉比例の考えを活用して、具体的な事象を考察し、問題を解決することができる。</p> <p>【問題】ある針金6mの重さを調べたところ、90gだった。この針金24mの重さは何gですか？</p>	<p>○2つの数量の関係が比例の関係であることを見いだし、式に表すなどして問題を解決するとともに、その根拠を説明する。</p>										
<p>【本時2 / 4】</p>	<p>〈目標〉身近な事象の中から関数関係にあるものに着目し、グラフを読み取ることから問題を解決することができる。</p> <p>【問題】右のグラフは、太郎君と花子さんの4kmマラソンの様子をグラフに表したものである。7分後、2人は何m離れているだろうか？</p> 	<p>○グラフから比例の関係を読み取り、表や式を利用して問題を解決するとともに、その根拠を説明する活動。</p>										
	<p>〈目標〉反比例の考えを活用して、具体的な事象を考察し、問題を解決することができる。</p> <p>【問題】用意した折り紙を20人で等分したら1人あたり9枚になった。30人で等分すると1人あたり何枚ですか？</p>	<p>○2つの数量の関係が反比例の関係であることを見いだし、式に表すなどして問題を解決するとともに、その根拠を説明する。</p>										
	<p>〈目標〉具体的な事象から反比例の関係を見いだし、表や式を使って問題を解決することができる。</p> <p>【問題】右の図のように、天びんの左側に支点から8cmのところへ缶ジュースをつるす。右側には天びんがつり合うようにおもりをつるす。このとき、支点からの距離とおもりの重さの関係を調べると、下の表のようになった。おもりを支点から12cmの距離につるし、天びんがつり合うようにするためには、おもりの重さを何gにすればよいですか？</p> <table border="1" data-bbox="470 1870 1029 1937"> <tr> <td>支点からの距離 (cm)</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>おもりの重さ (g)</td> <td>720</td> <td>360</td> <td>240</td> </tr> </table> 	支点からの距離 (cm)	2	4	6	おもりの重さ (g)	720	360	240	<p>○反比例の関係を見いだし、表や式を利用して問題を解決するとともに、その根拠を説明する活動。</p>		
支点からの距離 (cm)	2	4	6									
おもりの重さ (g)	720	360	240									
<p>練習問題（1時間）</p>												
<p>章末問題（1時間）</p>												

5 本時の学習

(1) 本時の目標

身近な事象の中から関数関係にあるものに着目し、グラフを読み取ることから問題を解決することができる。

(2) 本時の展開

教師の指導	生徒の活動	留意点(・)と評価(※)																								
<p>I 問題提示</p>	<p>【問題】</p> <p>右のグラフは、太郎さんと花子さんが4kmマラソンをしている様子をグラフに表したものである。7分後、2人は何m離れているだろうか。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> 問題はグラフをかきながら提示する。生徒には問題をかいたプリントを配布する。 横軸1目盛り1分、縦軸1目盛り100mを確認する。 直観的に予想させる。 グラフを見ただけではわからないことを強調する。 																								
<p>○「グラフを見てわかる？」</p> <p>○「xとyはどんな関係かな？」</p> <p>○「どのように調べたらよいかかな？」</p>	<p>〈予想される生徒の反応〉</p> <ul style="list-style-type: none"> 太郎のグラフが切れている。 花子の正確な位置がわからない。 <p>・比例する関係</p> <p>〈予想される生徒の反応〉</p> <ul style="list-style-type: none"> グラフをのぼしてかいてみる。 表を使って考える。 式をつかって計算して求める。 	<ul style="list-style-type: none"> これまでの学習で学んできた考え方を振り返らせる。 																								
<p>II 課題提示</p>	<p>比例の考え方をを使って求めよう。</p>																									
<p>III 課題解決</p> <p>○「考えてみよう。」</p> <p>○個人指導させ机間指導する</p> <p>○「グラフから正確にわかるかな？」</p> <p>○「他の方法でも考えてみよう。」</p> <p>○それぞれの考え方を発表させる。なぜその表や式になったのか、理由を説明させる。</p> <p>○生徒とのやりとりの中で解決に向けて考えさせる。</p>	<p>〈予想される生徒の反応〉</p> <p>①7分後までグラフをのぼしてかき、2人の差を求める。</p> <p>7分後は、太郎1400m、花子350mだから2人の差は1050m</p> <p>②表を作成し、2人の差を求める。</p> <table border="1" data-bbox="555 1541 1134 1682"> <thead> <tr> <th>時間</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>太郎</td> <td>200</td> <td>400</td> <td>600</td> <td>800</td> <td>1000</td> <td>1200</td> <td>1400</td> </tr> <tr> <td>花子</td> <td>50</td> <td>100</td> <td>150</td> <td>200</td> <td>250</td> <td>300</td> <td>350</td> </tr> </tbody> </table> <p>2人の差は $1400 - 350 = 1050\text{m}$</p> <p>③式をつくり、7分後の距離を求めて、その差を計算する。</p> <p>太郎 $y = 200x$ $x = 7$ を代入して、$y = 200 \times 7 = 1400$</p> <p>花子 $y = 50x$ $x = 7$ を代入して、$y = 50 \times 7 = 350$</p> <p>2人の差は $1400 - 350 = 1050\text{m}$</p>	時間	1	2	3	4	5	6	7	太郎	200	400	600	800	1000	1200	1400	花子	50	100	150	200	250	300	350	<ul style="list-style-type: none"> グラフで考えようとしている生徒にはグラフ用紙を配布する。 グラフをかいて求めた生徒がいれば最初に取り上げる。 1つの方法で考えた生徒には他の考え方で追求させる。 表と式は同時に取り上げ、どのようにつくったのかを確認する。 <p>※グラフを読み取ることから問題を解決することができる。</p>
時間	1	2	3	4	5	6	7																			
太郎	200	400	600	800	1000	1200	1400																			
花子	50	100	150	200	250	300	350																			

<p>○「どの考え方がよいか？」</p> <p>IV 問題解決</p> <p>○問題の答えを確認する。</p> <p>○確認問題を提示する。</p>	<p>〈予想される生徒の反応〉</p> <ul style="list-style-type: none"> ・グラフは読み取ればかんたんだ。 ・表にまとめればわかりやすい。 ・式を使って計算すると正確に求められる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・それぞれの考え方のよさを確認する。 ・グラフを読み取ることにより、問題が解決できるよさを知る。 																								
<p>【練習】</p> <p>一緒に走っていた次郎くんの速さと時間の関係をグラフに表すと、$y=100x$ になる。20 分後、太郎くんと次郎くんは何 m 離れていますか？</p>																										
<p>○「どのように求めたのかな？」</p> <p>○「なぜその方法で考えたのかな？」</p>	<p>〈予想される生徒の反応〉</p> <p>①式を使って計算する。</p> <p>太郎 $y=200x$ $x=20$ を代入して、$y=200 \times 20=4000m$</p> <p>次郎 $y=100x$ $x=20$ を代入して、$y=100 \times 20=2000m$</p> <p>2 人の差は $4000-2000=2000m$</p> <p>②表を作成し、2 人の差を求める。</p> <table border="1" data-bbox="555 974 1145 1111"> <tr> <td>時間</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>...</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>太郎</td> <td>200</td> <td>400</td> <td>600</td> <td>800</td> <td>1000</td> <td>...</td> <td>4000</td> </tr> <tr> <td>次郎</td> <td>100</td> <td>200</td> <td>300</td> <td>400</td> <td>500</td> <td>...</td> <td>2000</td> </tr> </table>	時間	1	2	3	4	5	...	20	太郎	200	400	600	800	1000	...	4000	次郎	100	200	300	400	500	...	2000	<ul style="list-style-type: none"> ・グラフ用紙にグラフを提示する。問題文は簡潔に板書し、式は板書しない。 ※グラフを読み取ることから問題を解決することができる。 ・課題解決で用いた考え方のうち、どの方法で解くのがよいのか確認する。
時間	1	2	3	4	5	...	20																			
太郎	200	400	600	800	1000	...	4000																			
次郎	100	200	300	400	500	...	2000																			
<p>V 練習問題</p> <p>○「教科書 P149 問 3 を解いてみよう。」</p> <p>○ (3) を追加する。</p>	<p>○教科書 P149 問 3 に取り組む。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>追加 (3) ともやさんとけんたさんは 7 分後、何 m 離れていますか？</p> </div> <p>〈予想される生徒の反応〉</p> <ul style="list-style-type: none"> ・表が読み取れないので計算する。 ともや $x=7$ のとき $y=1400$ けんた $x=7$ のとき $y=1050$ 2 人は 350m 離れていることがわかる 	<ul style="list-style-type: none"> ・教科書 P149 例題 2 を確認してから取り組ませる。 ・問 4 を宿題とする。 																								

メモ

6 授業構築の視点

北海道算数数学教育会（以下、北数教）では、研究主題を『「社会に生きる、社会に活かす」算数・数学教育の探求』と設定し、毎年研究大会を開催している。中学校部会では、研究主題を『「生きる力」を育てる数学教育の実践研究』と設定し、具体的に次の4つの研究の視点を示している。

- (1) 基礎・基本の確実な定着を図る学習活動や学習過程の工夫
- (2) 数学的活動の充実を図る指導の工夫
- (3) 数学を活用する力を育てる指導の工夫
- (4) 学習への自信と意欲をもたせる指導の工夫

これらのことを受け、オホーツク管内算数数学教育研究会（以下、OTM）中学校部会では、研究主題を、『主体的に考え、表現する生徒の育成を目指した授業改善～数学的活動の充実を通して～』と設定し、目指す子ども像を明確にするとともに、数学的活動の充実を重点として授業づくりを進めている。

本指導案では、グラフを読み取り、そこで得た情報を表や式、グラフ、言葉を使って説明する数学的活動を意図的、計画的に取り入れることで、本時の目標を達成させることができると考えた。さらには、具体的な事象も、数学を用いて解決することができることを知るために、その手段である表や式、グラフ、言葉で表すことよさを指導したいと考え、次のように授業を構築した。

本時案に位置付ける数学的活動	教師の指導や生徒の思考など
<p>問題の提示と把握</p> <p>○問題からわかっていることを整理し、予想をする。</p> <p>↓</p> <p>課題の設定と把握</p> <p>○生徒個々が自分なりの考えから、予想したことが正しいかどうかを考える。</p> <p>↓</p> <p>課題解決・問題解決</p> <p>○グラフや式、図、表に表す</p> <p>○表したことを説明する</p> <p>↓</p> <p>定着・深化</p> <p>○学んだことをつかって、他の問題を解く</p> <p>↓</p>	<p>「何 m になりそうか予想してみよう」 「どのようにして調べたらよいか」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 図や式で表す ・ グラフや表をつくる <p>「何がわかっているかな？」 「困ったことはないか？」</p> <p>「なぜそのようになったのかな？根拠は？」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ グラフのどこからわかる？ ・ 表や式のどこからわかるの？ <p>「どの方法がわかりやすいかな？」</p>

7 指導案検討での内容と問題

OTMでは、問題解決的な学習を進めるにあたり、問題の工夫が教材研究の中で1つの重要なものであると考えている。本時の問題になるまでに、次のような問題の検討があった。

(1) 教科書の比較

他社の教科書の問題を比較することにより、本時の目標を達成させるための課題設定のきっかけとなる“よい問題”を検討した。

グラフを読み取る問題は、全社で扱われている。その全ての問題が、速さ・時間・道のりの関係

を題材とし、グラフが何を表しているかを読み取らせる問題である。グラフの書き方の指導と同様、グラフが何を意味しているかを考えさせたり、考察したりといった指導も関数指導においては重要である。このことから、グラフを読み取る学習の内容を充実させたいと考えた。

(2) 本時の問題について

本校で使用している「教育出版」の教科書の問題を基本に考えた。この問題は2人のジョギングの様子をグラフに表したものであり、グラフから2人の距離の差を読み取る問題である。さらに、問では時間などについてもグラフから読み取る問題が続いている。

この問題は、表や式を利用せずに、グラフを利用して読み取らせ、そのよさを感得させることがねらいとされている。しかし、グラフだけでなく、表や式を利用し、グラフ、表、式を関連づけることで、2つの数量の変化や対応についての特徴を捉え、説明することができ、それぞれのよさを感得させることで理解がより深まるのではないかと考えた。

そこで、グラフ、表、式が利用できる問題を検討した。そこで扱おうと考えたのが次の問題である。

例題2 グラフから読みとる

ともやさんとけんたさんは、河川敷のジョギングコースで、鉄橋から公園までの2400mを走った。右の図は、出発してから x 分後の鉄橋からの道のりを y mとして、2人の進んだようすをグラフに表したものである。

このとき、ともやさんとけんたさんが400m離れるのは、出発してから何分後かを求めてみよう。

考え方 出発してから x 分後の2人の離れている道のりは、 $(x$ 分後のともやさんが進んだ道のり) $- (x$ 分後のけんたさんが進んだ道のり)で求められる。この道のりは、 x 分後の2つのグラフの y 座標の値の差として読みとることができる。

解答 $x=8$ のとき、
ともやさんのグラフでは、 $y=1600$
けんたさんのグラフでは、 $y=1200$
となり、2人が400m離れていることを読みとることができる。

答 8分後

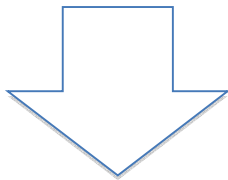
問3 例題2について、次の問いに答えなさい。
(1) 2人が公園に到着するのは、それぞれ出発してから何分後ですか。
(2) ともやさんが公園に到着したとき、けんたさんは公園まであと何mのところにありますか。

問4 例題2のグラフについて、ほかにどのようなことを読みとることができますか。

3節 比例、反比例の活用 149

【問題】

右のグラフは、太郎くんと花子さんがマラソンをしている様子をグラフに表したものである。10分後、2人は何m離れているだろうか。



この問題は、「相馬一彦／佐藤保 編著『新「問題解決の授業」に生きる「問題」集.2009.明治図書』を参考にした問題である。

この問題ではグラフが途中で切れているため、グラフを延長して考えたり、表や式に表して考えたりといった活動が期待できる。また、グラフ、表、式を関連づけて数量の関係を捉えることができるのではないかと考えた。

【問題】

右のグラフは、太郎くんと花子さんが4kmマラソンをしている様子をグラフに表したものである。7分後、2人は何m離れているだろうか。

「10 分後，2 人は何 m 離れているだろうか。」という問題であったが，「7 分後」に改め，太郎くんのグラフのみが切れているようにした。グラフをかいて考える生徒が y 軸の正の方向のみを伸ばして考えることができるからである。また，太郎くんの位置がわからないことに加え，花子さんの位置も正確には読み取れないようにすることで，表や式を利用する考え方が出てくることを期待した。さらに，マラソンを 4km と設定することで，「何か気が付いたこと」が考えやすいようにした。

練習問題の間 3（教科書の問題）では，(1)，(2) はグラフを読み取るだけで求められてしまうので，本時の目標と一体とするために，式を利用できるように (3) を追加することとした。