

第1学年 数学科学習指導案

日 時 平成26年11月6日(木) 14:00~14:50

場 所 北見市立南中学校 2年C組教室

生 徒 北見市立小泉中学校 1年D組

(男子14人・女子14人 計28人)

授業者 北見市立小泉中学校 教諭 野口 朝央

1 単元名 「4章 比例と反比例」 (使用教科書「教育出版」)

2 単元について

本単元の目標は、「具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係についての理解を深めるとともに関数関係を見だし表現し考察する能力を培う」となっている。第1学年では「…と…は関数の関係にある」、「…は…の関数である」ことの意味を理解し、数量の関係の基本モデルとして小学校算数科で学習した比例、反比例を関数としてとらえ直す。そのために、一方が決まれば他方の値が決まるという見方、変数と変域、座標などの概念について学習する。また、小学校算数科では比例、反比例を考察するときの変域は、負でない数の場合だけであったが、中学校数学科では、これを負の数にまで拡張する。さらに比例、反比例の特徴を、文字を用いた式 $y = ax$ 、 $y = a/x$ により代表した式に基づき一般的に考察する。関数関係の表現や処理には表・式・グラフが用いられる。中学校では表・式・グラフを相互に関連付けながら、比例、反比例といった基本的な関数の特徴について理解を深める。比例、反比例の活用については、具体的な事象から、比例、反比例の特徴や表・式・グラフの関連性について説明し合い表現する。そのために、具体的事象を理想化したり単純化したりして考えることによって比例、反比例と見なすことで問題を解決したりすることができるようにする。その際、判断の根拠を他者に説明できるようにする。さらに具体的な事象においては変域を意識しながら事象をとらえ考察できるようにする。

第1学年の生徒は全体的に数学への関心・意欲が高く基礎的な計算力を身につけている。また、家庭学習においても意欲的な取り組みが見られる。しかしその一方で、授業の中で数学的な表現を用いて的確に表したり、既習内容を生かしながら問題を解決することに苦手意識を持つ生徒が少なくはない。また、アンケートの結果から比例、反比例について苦手意識を持っている生徒が少なくはないことが見られる。

そこで、身近な事象と深く関わる「問題」やその提示方法を工夫することにより、生徒の興味・関心を高め、問題解決に関数の考え方を積極的に活用しようとする態度を育みたい。また、他の考えとの比較を通して思考を深めたり、多様な解決方法やよりよい考え方を見いだしたりすることができる学習活動を展開する。さらに、自分の考えをノートに継続的に記録していくことを通して人前で発表する力の素地を高めていきたい。さらに、既習内容を振り返る場面を授業の冒頭にするのではなく授業展開の中で適切に設定し行っていくことで、学び直すことの必要感を持たせ既習事項の定着を図っていきたい。


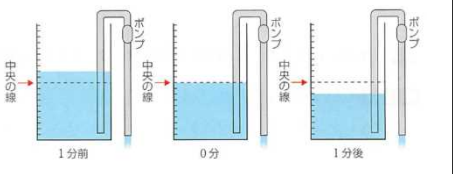
3 単元の目標

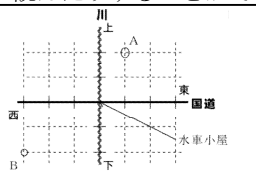
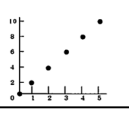
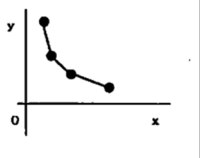
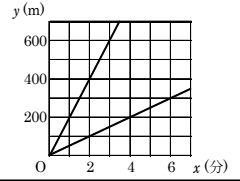
具体的な事象の中から2つの数量を取りだし、それらの変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係についての理解を深めるとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を培う。

3 単元の目標

具体的な事象の中から2つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係についての理解を深めるとともに、関数関係を見だし、表現し考察する能力を培う。

4 単元の指導計画 (全 20 時間)

学習項目	学習目標と問題	主な数学的活動												
<p>1 比例 ①関数 (2時間)</p>	<p>《目標》</p> <ul style="list-style-type: none"> 事象の中からともなって変わる量を見だし、表を使ってその関係を調べることができる。 ともなって変わる量の関係をとらえるのに、表や式を用いて表すことができ、そのよさを実感する。 変域の意味を知り、不等号と数直線を用いて表すことができる。 <p>【問題】封筒から画用紙を引き出していくと、何がかわるか。</p> 	<p>○具体的な操作活動を通して多くの変量を見だし変化や対応の特徴を考える活動。</p>												
<p>②比例の式 (3時間)</p>	<p>《目標》</p> <ul style="list-style-type: none"> 既習事項である比例の意味を確かめるとともに、変域が負の場合についても x と y の関係を調べ、比例を $y = ax$ という式でとらえることができる。 <p>【問題】 次の①～③で y は x に比例するのはどれだろうか。</p> <p>①底辺 6 cm の三角形で、高さが x cm のときの面積が y cm²</p> <p>②縦 3 cm の長方形で、横が x cm のときの周りの長さが y cm</p> <p>③時速 4 km で x 時間歩くときの道のりが y km</p> <hr/> <p>《目標》</p> <ul style="list-style-type: none"> 比例定数を負の数に拡張させて、比例の関係を理解することができる <p>【問題】 右下の図のように水そうからポンプで水を抜いていきます。中央の線に水面がきたときから x 分後に、水面が中央の線より y cm 高い位置にあるとき、x と y にはどのような関係があるか。</p>  <hr/> <p>《目標》</p> <ul style="list-style-type: none"> x と y が比例関係であることから表を作成し、比例の式を求めることができる 既習事項を活用して問題を解くことができる <p>【問題】 下の表は、y が x に比例している表である。y を x の式で表し、表を完成させなさい。</p> <table border="1" data-bbox="494 1803 1029 1877"> <tr> <td>x</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td></td> <td>3</td> <td></td> <td></td> <td>-6</td> </tr> </table> <p>式: $y =$ _____</p>	x	-2	-1	0	1	2	y		3			-6	<p>○ x と y の関係を表、式などからつかみ、比例の関係を式でとらえる活動。</p> <p>○具体的な事象から2つの数量の関係をつかみ他者に説明をする活動。</p> <p>○ x と y が比例関係であることから、比例の式を求める活動。</p>
x	-2	-1	0	1	2									
y		3			-6									

<p>④座標 (1時間)</p>	<p>《目標》</p> <ul style="list-style-type: none"> 位置を説明するのに適切な方法を見いだそうとする 点の位置を座標を使って表したり、読んだりすることができる <p>【問題】</p> <p>A君とBさんのいる位置を友達に分かりやすく教えてください。</p> <p><1目盛り1km></p> 	<p>○位置を他者へ分かりやすく伝える活動を通して座標の考え方を深める。</p>												
<p>④比例のグラフ (2時間)</p>	<p>《目標》</p> <ul style="list-style-type: none"> 比例のグラフをかくことができ、その特徴を理解することができる <p>【問題】</p> <p>$y = 2x$のグラフを右の図のようにかいた。正しいだろうか。</p>  <p>《目標》</p> <ul style="list-style-type: none"> 比例のグラフを効率よくかくことができる グラフの比較を通してグラフの性質を理解する <p>【問題】</p> <p>下記のグラフをかいて、仲間分けしてみよう。</p> <p>① $y = 3x$ ② $y = -x$ ③ $y = -4x$ ④ $y = -0.2x$</p>	<p>○なぜ正しくないのかを根拠を明らかにして説明する活動。</p> <p>○具体的にかく活動を通して比例のグラフの特徴を考える活動。</p>												
<p>練習問題 (1時間)</p> <p>② 反比例</p> <p>①反比例の式 (2時間)</p> <p>【本時1/2】</p>	<p>《目標》</p> <ul style="list-style-type: none"> 2つの数量が関数の関係にあることをとらえ、式で表すことを根拠にして、yはxに反比例していることを判断することができる。 <p>【問題】</p> <p>面積が12cm^2の長方形はいくつあるだろうか。</p> <p>《目標》</p> <ul style="list-style-type: none"> 比例定数が、負の数の場合の反比例の関係を理解することができる 反比例の式を求めることができる <p>【問題】</p> <p>「反比例はxが増加すると、yは必ず減少する」正しいだろうか？</p>	<p>○具体的にかく活動を通して2つの数量の関係を見いだす活動。</p>												
<p>④反比例のグラフ (2時間)</p>	<p>《目標》</p> <ul style="list-style-type: none"> 反比例のグラフを、対応表を基にして座標を正確にとり、なめらかな曲線でかくことができる <p>【問題】</p> <p>$y = \frac{6}{x}$ グラフを下の対応表を参考にして、右のようにかいた。正しいだろうか。</p> <table border="1" data-bbox="550 1523 782 1579"> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>...</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>6</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>...</td> <td>1</td> </tr> </table> 	x	1	2	3	...	6	y	6	3	2	...	1	<p>○具体的にかく活動を通して比例のグラフの特徴を考える活動。</p>
x	1	2	3	...	6									
y	6	3	2	...	1									
<p>練習問題 (1時間)</p> <p>③ 比例, 反比例の活用</p> <p>①比例, 反比例の活用 (4時間)</p>	<p>《目標》身近な事象の中から関数関係にあるものに着目し、グラフを読み取ることから問題を解決することができる。</p> <p>【問題】右のグラフは、太郎君と花子さんのマラソンの様子をグラフに表したものである。10分後、2人は何m離れているだろうか。</p> 	<p>○グラフから比例の関係を読み取り、表や式を利用して問題を解決するとともに、その根拠を説明する活動。</p>												
<p>練習問題 (1時間)</p> <p>章末問題 (1時間)</p>														

5 本時の学習

(1) 本時の目標

2つの数量が関数の関係にあることをとらえ、式で表すことを根拠にして、 y は x に反比例していることを判断することができる。

(2) 本時の展開

教師の指導	生徒の活動	留意点(・)と評価(※)														
<p>I 問題提示</p> <p>【問題】 面積が12 cm^2となる長方形はいくつあるだろうか。</p> <p>○予想してみよう ○実際にかいてみよう</p> <p>II 課題提示</p> <p>横の長ささと縦の長さにはどのような関係があるだろうか。</p>	<p><予想される生徒の反応> ・6 ・10 ・たくさんなど 面積が12 cm^2となる長方形をたくさんかく</p>	<p>・問題は板書する ・直感でよいので予想させる</p>														
<p>III 課題解決 ○これまでどんな方法で変化の様子を調べたかな？ ○他の方法でも考えてみよう ○整数以外はかけないの？ ○なぜそのような表や式になるのかな？根拠は？ ○xの変域が、正の数と負の数の時とでxとyの変化の様子に違いはあるだろうか？ IV 問題の解決 ○たくさんかけるけど、関係がわかればすぐわかるね。 ○どのようにして、yはxに反比例しているかどうか判断するか？</p> <p>V 練習問題</p>	<p><予想される生徒の反応> ・表を使って考える・式で考える ・グラフで考える 横の長さをx、縦の長さをyとすると ・表をつくると</p> <table border="1" data-bbox="539 1086 1134 1160"> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>12</td> <td>6</td> <td>4</td> <td>3</td> <td>2.4</td> <td>2</td> </tr> </table> <p>・式をつくると $y = \frac{12}{x}$ $xy = 12$ ・横の長ささと縦の長さの関係は、反比例であることをまとめ、教科書で反比例の性質について確認する。 ・たくさんかくことができる。縦の長ささと横の長さの関係は反比例になる。</p> <p><確認問題> yはxに反比例しているか？ ① 24 kmの道のりを時速$x\text{ km}$で歩くときにかかる時間をy時間とする。 ② 30 mのロープから、$x\text{ m}$切り取ったときの残りの長さ$y\text{ m}$。</p> <p>・自分の考えを隣の生徒と交流する。 ・教科書の反比例かどうかを判断する問題に取り組む</p>	x	1	2	3	4	5	6	y	12	6	4	3	2.4	2	<p>・比例での既習内容を確認し変化の様子を調べる方法を想起させる。 ・整数以外の場合も考えさせることで、式をつくることにつなげる ・教科書P140を用いて式にすると負の数の範囲でも反比例になることを確認する。 ※式を用いて反比例しているかどうか判断しているか。 ・単にxが増加したとき、yが減少している関係を反比例と誤って理解している生徒がいないか ②で確認する 教科書P141 たしかめ1 P269 補充問題11</p>
x	1	2	3	4	5	6										
y	12	6	4	3	2.4	2										

6 授業構築の視点

北海道算数数学教育会（以下、北数教）では、研究主題を『「社会に生きる、社会に活かす」算数・数学教育の探求』と設定し、毎年研究大会を開催している。中学校部会では、研究主題を『「生きる力」を育てる数学教育の実践研究』と設定し、具体的に次の4つの研究の視点を示している。

- (1) 基礎・基本の確実な定着を図る学習活動や学習過程の工夫
- (2) 数学的活動の充実を図る指導の工夫
- (3) 数学を活用する力を育てる指導の工夫
- (4) 学習への自信と意欲をもたせる指導の工夫

これらのことを受け、オホーツク管内算数数学教育研究会（以下、OTM）中学校部会では、研究主題を、『主体的に考え、表現する生徒の育成を目指した授業改善～数学的活動の充実を通して～』と設定し、目指す子ども像を明確にするとともに、数学的活動の充実を重点として授業づくりを進めている。

本時は「数学的活動の充実を図る指導の工夫」をねらいとして構築した。本時の目標を達成するために、2つの数量が関数の関係にあることをとらえさせるために、具体的に「かく」活動を取り入れ、多くの生徒の思考状況を導入場面で目に見えるようにした。また、確認問題では、自分の判断の理由を交流する活動を取り入れ、生徒一人一人が自分の考えを説明する場面を設定した。

本時案に位置付ける数学的活動	教師の指導や生徒の思考など
<p>問題の提示と把握</p> <p>○問題からわかっていることを整理し、予想をする。</p> <p>↓</p> <p>○「かく」活動を取り入れ、思考させる。</p>	<p>「いくつくらいありそうか予想してみよう」</p> <p>「実際にかいてみよう」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・多くの長方形をかく
<p>課題の設定と把握</p> <p>○生徒個々がかいた長方形から、縦と横の長さの関係を考える。</p> <p>↓</p> <p>○表や式を使って関係を見いだす活動。</p>	<p>「どのような関係があるだろうか」</p> <p>「どのように関係を調べたらよいか」</p> <p>「ほかの方法はないか」</p> <p>「なぜそのようなようになったのかな？根拠は？」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・表や式のどこからわかるの？
<p>課題解決・問題解決</p> <p>○式や表に表す</p> <p>↓</p> <p>○表したことを根拠をもとに説明する。</p> <p>↓</p> <p>○確認問題で学んだことを確認する。</p>	<p>「どの方法がわかりやすいかな？」</p> <p>「なぜ反比例といえるのか？」</p>
<p>定着・深化</p> <p>○学んだことをつかって、他の問題を解く</p> <p>↓</p>	<p>「どの方法がわかりやすいか？」</p>

7 指導案検討での内容と問題の変遷

OTMでは、問題解決的な学習を進めるにあたり、問題の工夫が教材研究の中で1つの重要なものであると考えている。本時の問題になるまでに、次のような問題の検討があった。

(1) 教科書の比較

教科書の問題を比較することとした。中学校数学科では7社の教科書があり、教科書の問題を比較することにより、本時の目標を達成させるための課題設定のきっかけとなる“よい問題”を検討した。

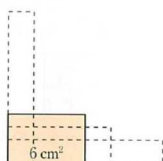
【教育出版】

1 反比例の式

2つの数量がどのような関係のとき、反比例するといえるかを考えてみよう。

面積が 6 cm^2 の長方形をいろいろとつくりたいと考えています。横の長さが下の表のようなとき、縦の長さをそれぞれ何 cm にするとよいでしょうか。

横の長さ (cm)	1	2	3	4	5	6
縦の長さ (cm)						



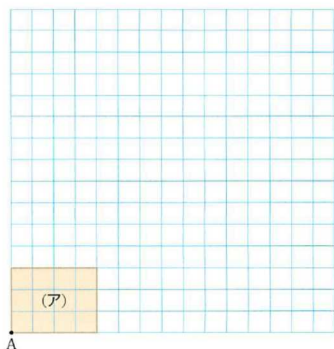
【数研出版】

1 反比例



右の図の長方形 (ア) は、横の長さが 4 cm 、縦の長さが 3 cm で、その面積は $4 \times 3 = 12\text{ (cm}^2\text{)}$ となっています。面積が 12 cm^2 で、図の点 A を頂点とする長方形を、ほかにも考えてみましょう。

(1めもりは 1 cm)

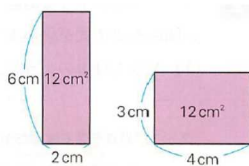


【大日本図書】

1 反比例



面積が 12 cm^2 の長方形があります。横の長さを $x\text{ cm}$ 、縦の長さを $y\text{ cm}$ として、 x と y の関係を調べましょう。



【日本文教出版】

1

反比例を表す式



下の図に、点 A を1つの頂点とし、面積が 12 cm^2 である長方形をいろいろかきましょう。面積が 12 cm^2 である長方形の縦と横の長さの関係は、どんな関数といえますか。その理由も答えましょう。



【啓林館】

3 反比例

同じ面積の長方形をつくらう

面積が 6 cm^2 の長方形を、いろいろかいてみましょう。

横の長さを $x\text{ cm}$ 、縦の長さを $y\text{ cm}$ として、 x の値をいろいろ変えると、それともなって y の値はどうなるでしょうか。

(1) 表をつくって調べてみましょう。

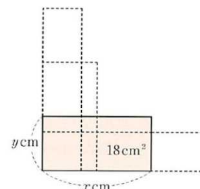
x	1	2	3	4	5	6
y						

(2) x の値を2倍、3倍にすると、 y の値はどうなるでしょうか。

【東京書籍】

1 反比例する量

面積が 18 cm^2 の長方形の横の長さを $x\text{ cm}$ 、縦の長さを $y\text{ cm}$ とすると、 y は x の関数である。このとき、 x と y の関係は下の表のようになる。



x	...	1	2	3	4	5	6	...
y	...	18	9	6	4.5	3.6	3	...

上の表で、横の長さが2倍、3倍、4倍になると、縦の長さはどのように変わのでしょうか。

学校図書

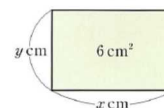
1 反比例

反比例についてくわしく調べてみよう。



面積 6 cm^2 の長方形の縦と横の長さの関係を調べてみましょう。

- 下の方眼上に、点 O を1つの頂点とし、面積 6 cm^2 の長方形をいろいろかいてみましょう。
- 横の長さを $x\text{ cm}$ 、縦の長さを $y\text{ cm}$ として、 x と y の関係を次の表にまとめてみましょう。



$x\text{ (cm)}$...	1	2	3	4	5	6	...
$y\text{ (cm)}$

- x の値が2倍、3倍、...になると、 y の値はどうなるでしょうか。

中学校の教科書7社すべてが長方形の面積から反比例の導入を行っている。また、算数の教科書6社も反比例の導入には長方形の面積が用いられている。これは、生徒にとって具体的な事象として反比例の関係を見いだすのに長方形の面積がつかみやすいからと考える。したがって本時も長方形を用いた問題で導入をすることとした。

本時の目標が「2つの数量が関数の関係にあることをとらえ、式で表すことを根拠にして、 y は x に反比例していることを判断することができる」であることから、課題を「縦の長さが変化するとともに、横の長さはどのように変化するだろうか」とし、長方形の縦の長さ、横の長さが関数関係にあることをおさえ、式で表すことで x と y の関係が反比例であることを判断させたいと考える。そのため、課題設定のきっかけとしての問題は、長方形の縦、横の長さを求めさせるものとした。

(2) 問題の変遷

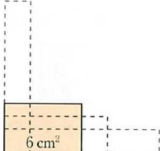
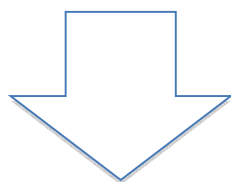
【教科書の問題】

1 反比例の式

2つの数量がどのような関係のとき、反比例するといえるかを考えてみよう。

面積が 6 cm^2 の長方形をいろいろとつくりたいと考えています。横の長さが下の表のようなとき、縦の長さをそれぞれ何cmにするとよいでしょうか。

横の長さ (cm)	1	2	3	4	5	6
縦の長さ (cm)						

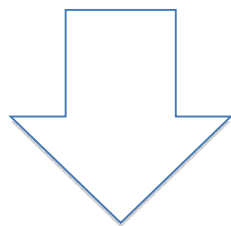



横の長さを最初から表で示してしまうことで、生徒にとっては取り組みの見通しが持ちやすいが、与えられた数値意外の値に目が向きにくいと考えた。そこで、表を最初から与えず自由に数値を考えられる問題がよいのではと考えた。

【問題】

面積 24 m^2 の長方形の土地がある。
縦、横の長さはいくらだろうか

24 m^2



いくらだろうか、と問うことによって生徒は自由に数値を考えることができるが、生徒によっては1つの縦と横の長さの組み合わせで思考がとまってしまうことが考えられる。多くの縦と横の長さの組み合わせを生徒が考え、そこから関数関係を見いだせる問題がよいのではと考えた。

【問題】

面積が 12 cm^2 となる長方形はいくつあるだろうか？

いくつあるだろうか、と問うことによって面積が 12 cm^2 の長方形を複数考える必要がある。また、その後の発問で、その面積の図形をかくことによつて視覚的にも変化の様子がとらえられると考えた。