

## 第2学年 数学科学習指導案

日 時 平成26年11月6日(木) 14:00~14:50

場 所 北見市立南中学校 多目的ホール

生 徒 北見市立北光中学校 2年A組教室

(男子17人・女子15人 計32人)

授業者 北見市立北光中学校 教諭 畑中将志

### 1 単元名 「5章 三角形と四角形」 (使用教科書「教育出版」)

### 2 単元について

前章では、平行線と角との関係、三角形の合同条件など、図形の基本的なことがらについて学んだ。また、演繹的な推論についての基礎的なことも学習した。前章での証明は、根拠となることがらを比較的単純に適用すればすむ場合が多く、その意味で、証明の初歩的な学習を行ってきたと言える。

本章では、主として2つのねらいがある。1つは、二等辺三角形、平行四辺形などの性質を、三角形の合同条件などを根拠にして証明していく中で、演繹的な推論の仕方にいっそう慣れさせることである。本章では、二等辺三角形の底角についての性質を最初に証明するが、その証明は定義というこれまでとは異なるものを前提としている。このように、定義や定理をもとにした証明を行い、論証についての初歩的な理解を得させることが大切である。ものごとに対する論理的な見方や考え方を育てていきたい。

もう1つは、図形のもつ興味深い性質を、観察や実験、操作などを通して調べ、それを証明していくことである。新たな性質を発見し、今まで学習した知識を活用して、それを確かめていく過程を体験させることができる。生徒の図形に対する意欲的な態度を育てていきたい。

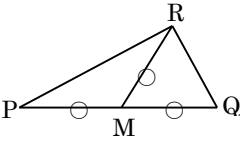
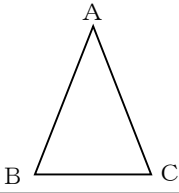
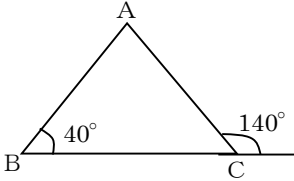
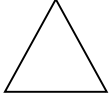
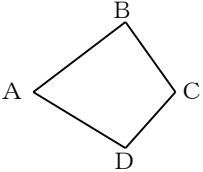
生徒の実態としては、落ち着いて授業を受けることはできるが、集中力に欠ける生徒が数名いる。また、学力差が激しいのも課題となる。積極的に発言できる生徒が数名いるので、その生徒を生かした中で全体の理解を深める授業を意識している。

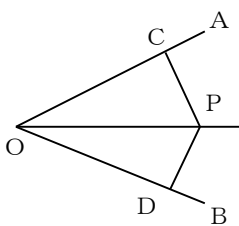
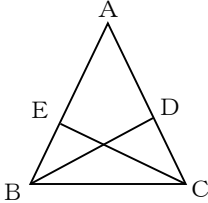
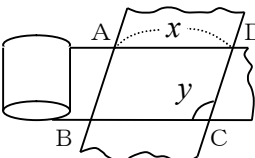
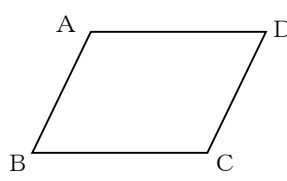
図形分野の性質についても、あたりまえのことを本当に正しいと言えるのかの説明や証明を大切に、生徒の考えをみんなに説明することで理解を深める授業を意識してきた。また、あたりまえのことを証明する必要性についても確認する必要があると考える。ここの学力のレベル差を生かした授業を行いたいと考えている。

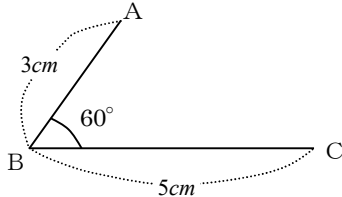
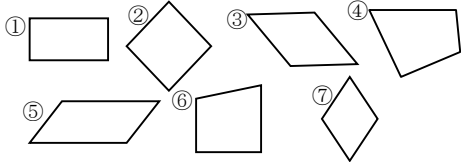
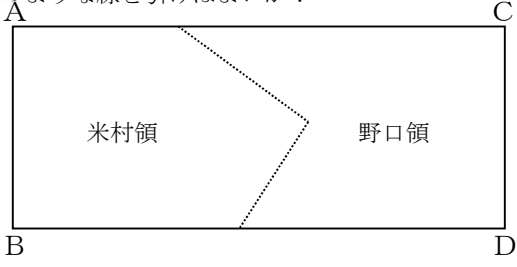
### 3 単元の目標

二等辺三角形、平行四辺形などの性質や条件を理解させ、図形の性質や条件などを調べることを通して、演繹的に推論する仕方を身に付けさせる。また、既習の定理を使って、いろいろな図形の性質を証明させる。

4 単元の指導計画 (全 18 時間)

学習項目	学習目標と問題	主な数学的活動
<p>1 三角形 ◇ 二等辺三角形 (3 時間)</p>	<p>〈目標〉 既習内容である三角形や四角形の仲間分けを行うことを通して、図形の定義や性質について考察することができる。</p> <p>【問題】 三角形や四角形にはどのようなものがあるだろうか？</p> <hr/> <p>〈目標〉 二等辺三角形の性質を証明することの必要性を知り、二等辺三角形の 2 つの底角が等しいことの証明をすることができる。</p> <p>【問題】 △PQR はどんな三角形だろうか？</p>  <hr/> <p>〈目標〉 二等辺三角形の定義と性質から、頂角の二等分線が底辺を垂直に二等分することを考察することができる。</p> <p>【問題】 △ABC で、∠A の二等分線は、底辺 BC とどのように交わるだろうか。</p> 	<p>○既習内容から、様々な図形についての仲間分けを行い、定義や性質を考察する活動。</p> <p>○二等辺三角形の底角が等しいことに必要感を感じ、説明する活動。</p> <p>○定理を使って△ABC が直角三角形であることを説明する活動。</p> <p>○垂直に交わる予想を確かめるために、三角形の合同を用いて説明する活動。</p>
<p>◇ 二等辺三角形になるための条件 (2 時間)</p>	<p>〈目標〉 二等辺三角形になるための条件を考察することができる。定理の逆について理解することができる。</p> <p>【問題】 右の図で、△ABC はどんな三角形だろうか？</p> 	<p>○二等辺三角形になるための条件を見いだす活動。</p> <p>○逆について考え、反例を用いて説明する活動。</p>
<p>◇ 正三角形 (1 時間)</p>	<p>〈目標〉 正三角形の定義や性質、鋭角や鈍角の意味について理解することができる。</p> <p>【問題】 正三角形では、どのような性質があるだろうか？</p> 	<p>○正三角形の性質を、既習内容を用いて説明する活動。</p>
<p>◇ 直角三角形の合同条件 (3 時間)</p>	<p>〈目標〉 直角三角形の合同条件について理解することができる。</p> <p>【問題】 四角形 ABCD がある。 BC = DC = 3 cm ∠B = ∠D = 90° AB = 4 cm であるとき AD の長さを求めなさい。</p> 	<p>○直角三角形の合同条件を見いだす活動。</p> <p>○根拠 (合同条件) を用いて、説明する活動。</p>

	<p>〈目標〉 直角三角形の合同条件を用いて図形の性質を証明することができる。</p> <p>【問題】 ∠AOBの二等分線を引く。 二等分線上に、点Pをとり PからAO, BOに垂線をおろし、それぞれの交点をC, Dとする。 OC=ODといえるか？</p> 	<p>○根拠（合同条件）を用いて、図形の性質を説明する活動。</p>
<p>基本のたしかめ 練習問題（1時間）</p>	<p>〈目標〉 直角三角形の合同条件を用いて図形の性質を証明することができる。</p> <p>【問題】 AB=ACの二等辺三角形ABCがある。B, CからAC, ABに垂線を下ろし、その交点をそれぞれD, Eとする。 このとき、BD=CEといえますか？</p> 	<p>○根拠（合同条件）を用いて、図形の性質を説明する活動。</p>
<p>② 四角形 ◇ 平行四辺形（2時間）</p>	<p>〈目標〉 平行四辺形の性質について調べ、既習内容をもとに平行四辺形の性質について考察し、理解することができる。</p> <p>【問題】 図のようにトイレットペーパーを重ねます。 AB=12cm, BC=24cm, ∠B=60° のとき、 xとyの値を求めなさい。</p>  <p>〈目標〉 平行四辺形の性質を活用し、図形に潜む性質を証明することができる。</p> <p>【問題】 平行四辺形ABCDの面積を二等分する線を3本以上みつけよう。</p> 	<p>○平行四辺形の性質を、既習内容を利用して説明する活動。</p> <p>○図形に様々な補助線をかきこみ、共通点や相違点をもとに、いつでもいえることを見いだす活動。</p>

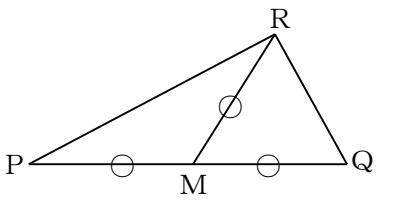
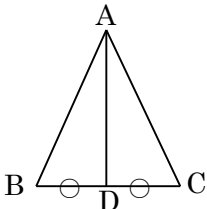
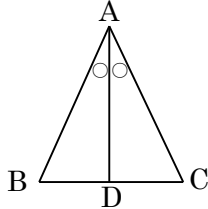
<p>◇ 平行四辺形になるための条件 (2 時間)</p>	<p>〈目標〉 作図を通して、平行四辺形になるための条件を理解する。</p> <p>【問題】 平行四辺形 <math>ABCD</math> を作図しなさい。</p> 	<p>○作図を行い、どのようにかいたのかを説明する活動。</p>
<p>◇ いろいろな四角形 (1 時間)</p>	<p>〈目標〉 ひし形、長方形、正方形の定義を知り、いろいろな四角形の包含関係を理解する。</p> <p>【問題】 下の①～⑦の四角形を平行四辺形、長方形、ひし形、正方形に分けよう！また、どのように見分けたかも書いてみよう！</p> 	<p>○四角形の包含関係を見いだす活動。</p> <p>○四角形の包含関係をオイラー図に表す活動。</p>
<p>◇ 平行線と面積 (1 時間)</p>	<p>〈目標〉 平行線と面積の関係について考察することができる。</p> <p>【問題】 それぞれの領土の面積を変えず折線部の境界線を直線に変えたい。 どのような線を引けばよいか？</p> 	<p>○等積変形の考えを見いだす活動。</p> <p>○作図を行って等しい面積の図形をかく活動。</p>
<p>基本のたしかめ 練習問題 (1 時間)</p>		
<p>単元テスト (1 時間)</p>		

5 本時の学習

(1) 本時の目標

二等辺三角形の性質を証明することの必要性を知り、二等辺三角形の2つの底角は等しいことの証明をすることができる。また、その定理を根拠として、問題を解決することができる。

(2) 本時の展開

教師の指導	生徒の活動	留意点(・)と評価(※)
<p>I 問題提示</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>【問題】 △PQRはどんな三角形だろうか？</p>  </div>		<ul style="list-style-type: none"> <li>問題は教師の板書と一緒にノートにかかせて提示する。</li> <li>図をかくときの順番に注意して提示する。</li> </ul>
<p>II 予想</p> <p>○「予想してみよう」</p> <p>○「どうしてそう思う？」</p> <p>○「本当に∠PRQは90°になるのかな？」</p> <p>○「∠PQRが90°になる理由の説明を考えよう！」</p> <p>○「∠PRQが90°をいうために使った性質は何かな？」</p> <p>II 課題提示</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>二等辺三角形の2つの底角は本当に等しいか証明しよう</p> </div>	<p>○予想をノートにかく (予想される生徒の反応)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>二等辺三角形 ・ 直角三角形</li> <li>直角二等辺三角形 ・ 鈍角三角形</li> </ul> <p>(予想される生徒の反応)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>2つの辺の長さが等しくなりそう</li> <li>角が90°になりそう</li> </ul> <p>(予想される生徒の反応)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>実測してみるとよい</li> <li>二等辺三角形の2つの底角が等しいことと、三角形の内角の和が180°であることをもとに説明する。</li> <li>二等辺三角形の2つの角が等しい</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>直観でよいので、自分のかいた三角形がどんな三角形になるかを予想させる。</li> <li>説明の時は二等辺三角形の底角が等しいことを強調しておく。</li> <li>図を使って説明をさせ、課題につながるように指導する。</li> <li>机間指導を行い、指名計画を立てる</li> <li>いつでも等しいことをいうためには、証明が必要であることを確認する。</li> </ul>
<p>III 課題解決</p> <p>○「ちょっと考えてみよう」 (個人思考)</p> <p>○「仮定と結論を明確にしよう」</p> <p>○「今までの証明の学習は使えるかな？補助線を引いて考えてみよう」</p>	<p>「二等辺三角形ならば∠B = ∠C」を証明する &lt;予想される生徒の反応&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>仮定はAB = AC 結論は∠B = ∠C</li> </ul> <p>(その1) BCの中点とAを結ぶ (その2) ∠Aの二等分線を引く</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>課題解決に見通しをもたせるために、図をかくことと、仮定と結論を明確にする。</li> <li>どこが等しくなる補助線を引いたのかを確認する</li> <li>生徒の意見をもとに(その1)か(その2)の証明に取り組ませる</li> <li>証明を生徒に板書させ、説明させる</li> </ul>

<p>○「証明してみよう」</p> <p>○証明したことを確認し、定理として使えることを伝える</p> <p><b>IV 問題の解決</b></p> <p>○「問題を解決しよう」</p> <p><b>V 練習問題</b></p>	<table border="0" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>(その1)</p> <p><math>\triangle ABD</math>と<math>\triangle ACD</math>で</p> <p>仮定より<math>AB=AC</math>…①</p> <p style="text-align: center;"><math>BD=CD</math>…②</p> <p>共通なので<math>AD=AD</math>…③</p> <p>①②③より3組の辺がそれぞれ等しいので</p> <p><math>\triangle ABD \equiv \triangle ACD</math></p> <p>対応する角は等しいので</p> <p><math>\angle B = \angle C</math></p> </td> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>(その2)</p> <p><math>\triangle ABD</math>と<math>\triangle ACD</math>で</p> <p>仮定より<math>AB=AC</math>…①</p> <p style="text-align: center;"><math>\angle BAD = \angle CAD</math>…②</p> <p>共通なので<math>AD=AD</math>…③</p> <p>①②③より2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので</p> <p><math>\triangle ABD \equiv \triangle ACD</math></p> <p>対応する角は等しいので</p> <p><math>\angle B = \angle C</math></p> </td> </tr> </table> <p>・教科書を用いて定理の確認をし、ノートにまとめる。</p> <p>・<math>\triangle ABC</math>が直角三角形になることを、証明した定理を根拠にして説明する。</p> <p>・教科書にある定理を使って角度を求める問題に取り組む。</p>	<p>(その1)</p> <p><math>\triangle ABD</math>と<math>\triangle ACD</math>で</p> <p>仮定より<math>AB=AC</math>…①</p> <p style="text-align: center;"><math>BD=CD</math>…②</p> <p>共通なので<math>AD=AD</math>…③</p> <p>①②③より3組の辺がそれぞれ等しいので</p> <p><math>\triangle ABD \equiv \triangle ACD</math></p> <p>対応する角は等しいので</p> <p><math>\angle B = \angle C</math></p>	<p>(その2)</p> <p><math>\triangle ABD</math>と<math>\triangle ACD</math>で</p> <p>仮定より<math>AB=AC</math>…①</p> <p style="text-align: center;"><math>\angle BAD = \angle CAD</math>…②</p> <p>共通なので<math>AD=AD</math>…③</p> <p>①②③より2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので</p> <p><math>\triangle ABD \equiv \triangle ACD</math></p> <p>対応する角は等しいので</p> <p><math>\angle B = \angle C</math></p>	<p>・どちらかの証明を取り上げ板書する。両方の考え方が生徒から出た場合は、片方は図を使つての簡易的な証明を行う。</p> <p>※証明をすることができる。(ノート)</p> <p>・定理の意味を確認し、今後は証明しなくても使えることを確認する。</p> <p>※定理を根拠に問題を解決することができる(ノート・発表)</p>
<p>(その1)</p> <p><math>\triangle ABD</math>と<math>\triangle ACD</math>で</p> <p>仮定より<math>AB=AC</math>…①</p> <p style="text-align: center;"><math>BD=CD</math>…②</p> <p>共通なので<math>AD=AD</math>…③</p> <p>①②③より3組の辺がそれぞれ等しいので</p> <p><math>\triangle ABD \equiv \triangle ACD</math></p> <p>対応する角は等しいので</p> <p><math>\angle B = \angle C</math></p>	<p>(その2)</p> <p><math>\triangle ABD</math>と<math>\triangle ACD</math>で</p> <p>仮定より<math>AB=AC</math>…①</p> <p style="text-align: center;"><math>\angle BAD = \angle CAD</math>…②</p> <p>共通なので<math>AD=AD</math>…③</p> <p>①②③より2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので</p> <p><math>\triangle ABD \equiv \triangle ACD</math></p> <p>対応する角は等しいので</p> <p><math>\angle B = \angle C</math></p>			

## 6 授業構築の視点

北海道算数数学教育会（以下、北数教）では、研究主題を『「社会に生きる、社会に活かす」算数・数学教育の探求』と設定し、毎年研究大会を開催している。中学校部会では、研究主題を『「生きる力」を育てる数学教育の実践研究』と設定し、具体的に次の4つの研究の視点を示している。

- (1) 基礎・基本の確実な定着を図る学習活動や学習過程の工夫
- (2) 数学的活動の充実を図る指導の工夫
- (3) 数学を活用する力を育てる指導の工夫
- (4) 学習への自信と意欲をもたせる指導の工夫

これらのことを受け、オホーツク管内算数数学教育研究会（以下、OTM）中学校部会では、研究主題を、『主体的に考え、表現する生徒の育成を目指した授業改善～数学的活動の充実を通して～』と設定し、目指す子ども像を明確にするとともに、数学的活動の充実を重点として授業づくりを進めている。

本指導案では、「数学的な表現を用いて説明をすることができる活動」を意図的、計画的に取り入れることで、生徒は学習内容を理解することができたり、指導した内容の必要性を実感させることができたりできると考えた。さらには、証明を目的意識をもって主体的に取り組めるように、証明に必要感をもてる問題を工夫することにより、より数学的活動が充実すると考え、次のように授業を構築した。

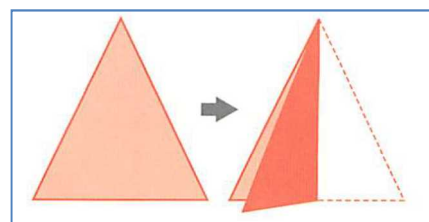
本時案に位置付ける数学的活動	教師の指導や生徒の思考など
<p><b>問題の提示と把握</b></p> <p>○問題からわかっていることを整理し、予想をする。</p>	<p>「どんな三角形になりそうか予想してみよう」                  「どうしてそのように考えたのか」                  ・既習内容が使いそうだ</p>
<p><b>課題の設定と把握</b></p> <p>○生徒個々が自分なりの考えから、予想したことが正しいかどうかを考える。</p>	<p>「本当に二等辺三角形の底角は等しい？」                  ・等しいと思うけど・・・</p>
<p><b>課題解決・問題解決</b></p> <p>○既習内容である三角形の合同を使って角が等しいかどうかを調べる。</p> <p>○どの合同条件にあてはまるかを考える</p> <p>○合同であることを図で表し、証明する</p> <p>○二等辺三角形の底角が等しければ、問題の答えは直角三角形になることを説明する</p>	<p>「何がわかればよいか？」                  ・補助線が必要                  ・合同な三角形がある                  「なぜ合同といえるのかな？」                  ・図を抜き出して考えてみよう                  ・図にかきこんでみよう                  ・合同条件にあてはまりそうだ                  ・角が等しいところがある                  「なぜそれがいえるのか？」</p>
<p><b>定着・深化</b></p> <p>○二等辺三角形の底角が等しいことを使って、他の問題を解く。</p>	<p>「なぜそのように求めたのか？」                  ・定理と三角形の内角の和から</p>

## 7 指導案検討での内容と問題

### (1) 教科書の比較

教科書の問題を比較することとした。中学校数学科では7社の教科書があり、教科書の問題を比較することにより、本時の目標を達成させるための課題設定のきっかけとなる“よい問題”を検討した。

教科書の問題を見ると、二等辺三角形の底角が等しいことは、小学校での既習内容であり、ここでは証明をすることがねらいとされている。また、二等辺三角形を折り返して角が等しいことを確認し、「どんな二等辺三角形でもいえるのか」を証明する形で、教科書に証明が記載されている。



### (2) 本時の問題

本時の問題のよい点は、①どの生徒も予想しやすい、②生徒が必要感をもって証明に取り組めるという点である。この問題は、相馬一彦編著『「問題解決の授業」に生きる「問題」集』明治図書.2013を参考にしている。ただ単に、二等辺三角形の底角が等しいことを証明するのではなく、生徒が目的意識をもって主体的に活動できることが望ましい。そのために、本時の問題のように本時でねらいとする課題が、生徒の自然な思考の流れの中から出てくる問題がよいと考えた。

しかし、この問題は提示方法と、説明をさせるのが難しいという課題がある。どの線から書き始め、課題までどのように指導していくかが、大きな授業のポイントとなる。