

第3学年数学科学習指導案

日時：平成28年10月28日（金）

生徒：函館市立戸倉中学校 第3学年B組33名

指導者：教諭 山田好一

1 単元名 5章「相似な図形」2節「平行線と比」（使用教科書「東京書籍」）

2 単元について

この単元の目標は、「図形の性質を三角形の相似条件などを基にして確かめ、論理的に考察し表現する能力を伸ばし、相似な図形の性質を用いて考察することができるようにする」となっている。また「2節 平行線と比」の学習内容としては、「三角形と比の性質と、それを利用して辺の長さを求めること」と「中点連結定理と、それを利用して図形の性質を証明すること」などが挙げられている。

小学校算数科においては、小学6年「比と比の値」で割合を比の形で表すことを学んでおり、「拡大図と縮図」で対応する辺や角の関係について学んでいる。また、中学2年では「4章 平行と合同」で平行線の性質の一つとして2直線が平行である場合、同位角や錯角が等しくなることを演繹的に導くことを学習している。

本校3学年の生徒は、数学の学習には真面目に取り組むものの、基礎的・基本的な知識及び技能の定着に課題のみられる生徒が多い。そこで、授業においては、題材の最初に小学校段階もふくめた既習事項の振り返りをするための小問を解かせるなどして、問題の解決に取り組みやすいような流れを工夫している。また、授業で発言を率先して行う生徒が限られているため、授業に意欲的に参加することができるよう、全員で声を合わせて答えさせたり、グループで考えさせたりするなどの活動を取り入れている。本単元では、既習の図形の性質を利用して論理的に考察し、表現することが必要になるが、意図的に既習の図形の性質を確認させたり、グループで考えさせたりする機会を設けて、生徒の思考や表現を促していきたい。

本単元は、三角形の相似条件を用いて、三角形や平行線と比に関する図形の性質を中心に論理的に確かめ、数学的な推論のしかたについての理解を深めるため、根拠となることがらをもとに筋道立てて説明するという、より演繹的な考え方に重点をおくことに特徴がある。そこで、授業においては、既習内容を基に新たな性質を演繹的に証明させていく、また、それらを根拠として問題を解決したり、そこからさらに新しい性質も導き出したりできることを、様々な問題を通して学ばせていきたい。

3 単元の目標

図形の性質を三角形の相似条件などを基にして確かめ、論理的に考察し表現する能力を伸ばし、相似な図形の性質を用いて考察することができるようにする。

4 単元の評価規準

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などについての知識・理解
様々な事象を相似な図形の性質でとらえたり、平面図形の基本的な性質や関係を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心をもち、意欲的に活用して考えたり、判断したりしようとしている。	相似な図形の性質についての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象に潜む関係や法則を見いだしたり、数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身につけている。	相似な図形の性質、三角形の相似条件などを、数学の用語や記号を用いて簡潔に表現する技能を身につけている。	相似の意味、三角形の相似条件、平行線と線分の比についての性質、相似比と面積比と及び体積比の関係の意味などを理解し、知識を身につけている。

5 単元の指導計画（22時間扱い、本時17/22）

次	学習項目と配当時間	目標	主な学習活動	評価規準			
				関心・意欲・態度	見方や考え方	技能	知識・理解
1	導入（1時間）	○図形を拡大したり縮小したりすることに興味をもつ。	○拡大図や縮図の性質から、実際の長さを求める活動	○			

次	学習項目と 配当時間	目標	主な学習活動	評価規準			
				関心・意 欲・態度	見方や 考え方	技能	知識 ・理解
2	相似な図形 (3時間)	○相似の意味、相似の図形の性質を理解する。	○様々な図形を辺の長さや角の大きさについて比較し、相似な図形の性質を考える		○		○
		○相似の中心、相似の位置について理解し、図形をかくことができる。	○相似の位置について理解する ○条件から相似な図形をかく			○	
		○相似比を求めたり、相似比から辺の長さを求めたりことができる。	○相似比を利用して辺の長さを求める			○	○
3	三角形の相似条件 (3時間)	○三角形の合同条件をもとにして、三角形の相似条件を見いだそうとする。	○三角形の合同条件に照らし合わせて相似な三角形をかき、相似条件を導く	○		○	
		○三角形の相似条件をもとに、相似な三角形を見つけることができる。	○問題から相似条件を導き、相似な三角形を選び出す		○		
		○三角形の相似条件を利用して、図形の性質を証明することができる。	○三角形の相似条件を利用して図形の性質を証明に書き表す		○		
4	相似の利用 (1時間)	○日常の場面において、相似な図形の性質を利用し、問題を解決することができる。	○相似であることを利用して、距離や高さを求める		○	○	
	基本の問題 (1時間)						
5	三角形と比 (5時間)	○三角形と比の性質に関心を持ち、三角形の相似条件を使ってその性質を調べようとする。	○三角形の相似条件を利用して、三角形と比の性質を導く	○			
		○三角形と比の性質を、既に学んだことからを利用して証明することができる。	○三角形と比の性質を、平行線の性質や三角形の相似条件を用いて考える		○		○
		○三角形と比の定理を利用して、線分の長さを求めることができる。	○三角形と比の定理を利用して線分の長さを求める			○	
		○線分の比の求め方について、論理的に考察し、説明することができる。	○線分の比の求め方を説明し合う		○		
		○中点連結定理を利用して、線分の長さを求めることができる。 ○中点連結定理を理解している。	○平行線と比の性質を利用して中点連結定理を導き、線分の長さを求める			○	○
6	平行線と比 (3時間)	○平行線と比の定理を証明し、それを利用して線分の長さを求めることができる。	○既習内容をもとに新たな定理を導く ○線分の長さを求める		○	○	
		○平行線と比の定理を利用して、図形の性質を考察し、証明することができる。	○線分と比の性質を利用して、線分を等分したり、図形の性質を証明したりする		○		
		○三角形と比の定理を利用して図形の性質を考察し、説明することができる。また、平行線と比についての性質を理解している。(本時)	○三角形と比の定理を利用して線分の比を求め、説明し合う		○		○
	基本の問題 (1時間)						
7	相似な図形の相似比と面積比 相似の利用 (1時間)	○操作などの活動を通じて、相似比と面積比の関係を見いだそうとする ○相似比と面積比の関係について文字を用いて説明することができる。	○相似な図形を切って、合同な四角形をいくつ作ることができるか調べる	○	○		
		○相似比と面積比の関係を利用して、相似な平面図形の面積を求めることができる。	○相似比を利用して平面図形の週や面積を計算する			○	
8	相似な立体の表面積や体積の比 (2時間) 基本の問題	○相似な立体について、相似比と体積比の関係に関心を持ち、それらの関係を調べようとしている。	○相似な立体の長さを文字を用いてそれぞれ表し、体積比を求める	○	○		
		○相似比と表面積の比や体積比の関係を利用して、相似な立体の表面積、体積を求めることができる。	○既習内容をもとに、相似な立体の表面積、体積を求める			○	
	章の問題 (1時間)						

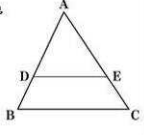
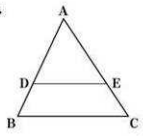
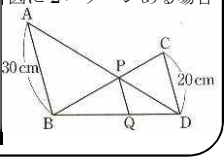
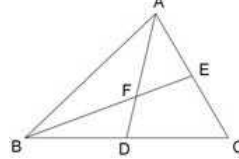
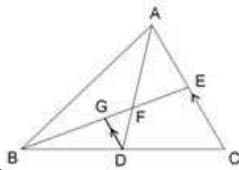
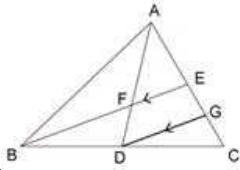
6 本時の学習計画

(1) 題材 5章「相似な図形」2節「平行線と比」 『三角形と比』

(2) 目標

- ・三角形と比の定理を利用して図形の性質を考察し、説明することができる【数学的な見方や考え方】
- ・平行線と比についての性質を理解している【数量や図形などについての知識・理解】

(3) 展開

段階	教師の働きかけ（発問）	学習活動（反応例）	○指導上の留意点 ◇評価（方法）
導入 【問題提示・課題の明確化】	<p>○「これまで学習した内容を振りかえろう」 ※黒板に掲示</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>三角形と比(1)</p> <p>定理 △ABCの辺 AB, AC上の点をそれぞれ D, E とするとき</p> <p>① DE // BC ならば AD:AB=AE:AC=DE:BC</p> <p>② AD:AB=AE:AC ならば DE // BC</p>  <p style="text-align: center;">(1)</p> </div>	<p>○学習した内容を振りかえる（既習事項の確認） 「三角形と比の定理(1)(2)」の確認</p> <p>下の図でも定理(1)が利用できる</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>三角形と比(2)</p> <p>定理 △ABCの辺 AB, AC上の点をそれぞれ D, E とするとき</p> <p>① DE // BC ならば AD:DB=AE:EC</p> <p>② AD:DB=AE:EC ならば DE // BC</p>  <p style="text-align: center;">(2)</p> </div>	<p>○指導上の留意点 ◇評価（方法）</p> <p>図に2パターンある場合</p> 
	<p>○問題を提示する</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <p>【問題】 下の図で、点 D, E はそれぞれ辺 BC, AC 上の点で、AD と BE の交点を F とする。 D は BC の中点、AF:FD=2:1 のとき、E はどのような点になるだろうか？</p>  </div> <p>○予想させる (図を見せながら)「D が BC の中点で、F が AD を 2:1 で分けている点とした場合、E はどのような点になっているか予想しよう」</p> <p>(図を動かしながら) 「異なる三角形で同じ条件のときは？」</p> <p>「どうにかして示せないかな？」</p>	<p>○予想する</p> <p>S1 「AC の中点」 S2 「AE=EC」 S3 「AE:EC=1:1」 T 「どれも同じことを表しているが、いろいろな表し方があるね」</p> <p>S 「同じ結論になりそうだ」</p>	
<p>○問題を提示する（黒板に掲示）</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <p>【問題】 下の図で、点 D, E はそれぞれ辺 BC, AC 上の点で、AD と BE の交点を F とする。 D は BC の中点、AF:FD=2:1 のとき、E が AC の中点であることを、太郎さんと花子さんは下の図のような補助線 DG を引いて示せることに気づいた。それぞれ、どのように示すことができたのか考えよう。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p><太郎くん></p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p><花子さん></p>  </div> </div> </div>			
<p>○本時の課題をとらえる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <p>点 E が AC の中点であることを、どのように示せるだろうか？</p> </div>			

展開

【課題解決・問題の解決】

○解決の見通しをもたせる。

「太郎さんと花子さんはどのような補助線を引いたのかな」

「なぜ、平行線を引いたのだろう？」

「では、三角形と比の定理を利用するには、どこに注目するとよいだろうか」

- 個人思考（自力解決）
- 「個人でまずは(1)の形あるいは(2)の形を探して図に示し、それを基に説明を考えよう」

⇒(状況に応じて)三角形と比の関係が2組必要であることを気づかせる。

- 集団（グループ解決）
- 「グループになって各自が見つけた(1)の形・(2)の形を交流して、みんなで説明しよう。」

- 全体解決
- 「全体でどのように求めたか、それぞれの考えを確認しよう」
- ⇒生徒を指名し、どのように求めたか説明させる
- ⇒生徒の説明に合わせて黒板の図に色をつける(T2)

○解決の見通しをもつ

S「平行線」

S「(平行線を引いたことで)三角形と比の定理を利用できるから」

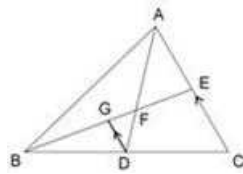
S : 「(板書にある)(1)の形」「(2)の形」

- 太郎くん、花子さんのどちらかをグループ内で選択する。
 - ①問題の図の中から(1)あるいは(2)の形を探し、色をつける
 - ②三角形と比の定理を利用してAE:ECを求める
 - ③比を求めたら手順を説明できるように考えを整理する

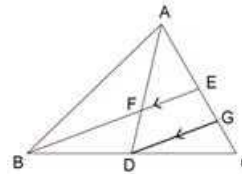
S : 「(1)の形と(2)の形がそれぞれあるぞ」
S : 「この辺とこの辺の長さ(の関係)を求められるぞ」

- グループに分かれてどのように導いたか確認する。
- できたグループは手順を説明できるように、考えをまとめる。

- それぞれの求め方について全体で交流し、確認する
<太郎くん> <花子さん>



△FDG と △FAE で、
GD // AE, DF:FA=1:2
より AE=2GD…①
△BCE において、
GD // EC, BD:BC=1:2
より EC=2GD…②
①②より、AE=EC



△ADG において、
FE // DG, AF:FD=2:1
より AE=2EG…①
△CBE において、
DG // BE, CD:DB=1:1
より CG=GE
これより EC=2EG…②
①②より、AE=EC

○問題の図をカードにして複数配布し、自由に書き込めるようにする

◇平行線と線分の比についての定理を理解している【知識理解】(ノート・観察)

◇三角形と比の定理を利用して図形の定理を考察し、説明することができる【見方や考え方】(ノート・観察・発言)

○説明し合うことで、根拠を明らかにしているかを確認させる。視覚的に分かりやすくなるよう、色をつけさせる

終末

【まとめ・定着】

- まとめ
- ノートにまとめを書く。

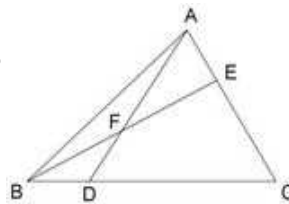
平行線に注目し三角形と比の定理を利用すると、線分の長さについて調べることができる

- 適用問題に取り組ませる

【問題】

右の図で、点D、Eはそれぞれ辺BC、AC上の点で、ADとBEの交点をFとする。BD:DC=1:3、AF:FD=2:1のとき、AE:ECを求める。次の問いに答えなさい。

- ①AE:ECを求めるためには、平行線の補助線をどこに引けばいいだろうか。
- ②AE:ECを求めなさい。



- 「①ができた人は周りの人と確認しよう」
- ・生徒の実態に応じて、支援しながら確認させる
- ・必要に応じて、生徒に説明をさせる

- 本時の振り返りを書かせる
- 次時の予告

- 適用問題に取り組む。

○机間指導で、丸付けをする

北海道算数数学教育会（以下、北数教）では、研究主題を『「社会に生きる，社会に活かす」算数・数学教育の探究』と設定し、毎年研究大会を開催している。中学校部会では、昨年度の70回記念大会を機に、研究主題を『「数学を学ぶことのよさ」を実感する生徒の育成～数学的活動を軸にした授業研究～』と設定し、具体的には例として次のような研究の視点（授業像）を示している。

- ・授業のねらいの明確化
- ・学習課題の明確化
- ・授業者が考える「数学を学ぶことのよさ」の明確化（本時の求める生徒の姿の明確化）
- ・学習課題の解決に向けた数学的活動の具体化
- ・授業の検証
- ・次時の授業におけるねらいの検討

これらのことを受け、函館市中学校数学教育研究会（以下、中数研）では、研究主題を『数学的活動に意欲的に取り組み、数学のよさを実感する学習を目指して』と設定し、目指す生徒像を明らかにしながら、数学的活動を充実させることを意図して、授業づくりを進めている。

本授業では、三角形の重心の図を基にして、条件を変えなければ異なる三角形でも辺の比が変わらないことに着目させ、その証明を問題として2通り示した。そのことにより、生徒は興味関心や自分なりの見通しに基づいて、意欲をもって主体的に問題に取り組むと考えた。他者（今回は問題）の考え（図）に沿って証明するという問題提示をすることは、他者の解法を読み解き、それを説明することにつながり、数学的思考力が深まると考えた。

数学的な「活動」については、グループによる対話的な活動を通して「教える」「教えられる」双方の数学的思考が深まることを意図しており、本授業では4人1グループによる活動を設定した。協働的に問題に取り組み、解決する体験を通じて学習への更なる意欲向上につなげていく。

以上の視点で授業づくりに取り組み、問題を解決する過程において「数学を学ぶことのよさ」を実感し、将来においても自ら課題を追究する生徒を育成していきたいと考える。