

第2学年 数学科学習指導案

日時 平成29年10月27日(金) 13:30～14:20
生徒 旭川市立神楽中学校第2学年3組
(男子16名, 女子18名, 計34名)
授業場 旭川市立神楽中学校 1階2年3組教室
指導者 旭川市立神楽中学校 松林 圭一
(使用教科書 教育出版 中学数学2)

I 単元名 「確率」

II 単元について

1 指導内容の系統と単元について

小学校算数科では、第5学年で割合と百分率を、第6学年で資料の調べ方と場合の数(樹形図, 組み合わせの表)を学習している。中学校第1学年では、資料の整理, 資料の活用, 近似値と有効数字を学習しており、特に相対度数は第2学年で学ぶ確率の基礎になっている。

本単元では、不確定な事象の起こりやすさの程度として定義された確率の意味を理解したり、簡単な場合について確率を求めたりしていく。小学校では確率について学習していないものの、生徒が日常生活の中で確率という言葉を目にする機会は多く、また、その考え方の基礎となる割合の考えについては多くの場面で学習してきたことから、確率の素地にあたるものは培われていると思われる。しかし、相対度数の概念を含むこれまでの割合の学習は、あくまでも過去の資料について考察しているものであり、未来についても適用していく確率とは意味合いが異なる。このような見方や考え方を広げていくことが本単元での学習の基本となる。確率の学習は、これまでの本学年の学習内容に比べて、生徒の生活場面に即した内容を数多く含むため、数学を活用していくという実感をもたせやすい単元である。観察や実験, 操作など、実際に作業的・体験的な活動を取り入れながら、起こりやすさについて予想を立て、それを確かめるといった数学的活動の楽しさと大切さを伝えていけるようにしていく。

2 生徒の実態と指導観について

『平成26年度 全国学力・学習状況調査』の数学B Ⅱ「スティックゲームの問題」において、(1) 与えられた情報を分類整理すること、(2) 不確定な事象の起こりやすさの傾向を捉え判断の理由を数学的な表現を用いて説明することについて出題された。同年8月の報告書では、(1)の正答率が80.2%、(2)の正答率が32.7%であり、「場合の数を正しく数え上げることができない生徒」や「確率を求めることはできても、それを根拠にして起こりやすさの傾向を説明できない生徒」が多く、課題が見られたことがわかった。

2年3組の生徒は、学習に対して投げやりな態度を示す生徒はおらず、多くの生徒がひたむきに問題や課題に取り組むことができる。また、積極的に発言をする生徒となかなか発言できない生徒に二分される。これまでの学習では、発表ができなくても、他人の発言や説明をしっかりと聞き、学習内容をより深めたり、考えをより高めるよう指導してきた。

本時は、面をアレンジしたサイコロを扱う。「問題」を提示し予想させると、多くの生徒が★★の組み合わせが多く出ると考える。実際にサイコロを振らせると、予想がくつがえる。その瞬間生徒の多くは驚き、「本当?」「試行回数を増やしたら異なる結果になるのでは?」「なぜ?」「どうして?」という様々な思いや疑問が沸き起こる。この思いが疑問を追求しようと生徒を主体的な学びへと導くことになる。表や樹形図でよく見られる誤答を取り上げ全体で考えさせたり、ペアや全体で説明し合う活動を設定することで、先に挙げた課題を克服できるようにしたい。

III 単元の目標

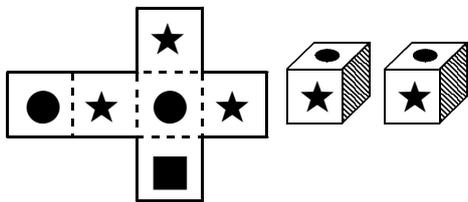
- (1) あることがらの起こりやすさを数で表すことに関心をもち、不確定な事象の起こりやすさを調べようとする。
- (2) 統計的な確率や数学的な確率の考えにもとづいて、確率の求め方を考えることができる。
- (3) 表や樹形図を使って場合の数を求め、それをもとにして確率を求めることができる。
- (4) 確率の意味や、同様に確からしいことの意味を理解し、確率を活用して問題を解決する手順を理解することができる。

IV 単元の指導計画と評価規準

別紙資料参照（指導案綴り最終ページに掲載）

V 本時の学習

- 1 本時の目標
不確定な事象の起こりやすさの傾向を捉え、判断の理由を、根拠を明確にして説明することができる。
- 2 本時の展開

指導過程と主発問	学習活動	○留意点・◇評価
<p>I 問題提示と把握</p> <p>【問題】 次のような★が3つ、●が2つ、■が1つついたサイコロが2個ある。これを2個同時に振ったとき、どの目の組み合わせが一番出やすいか？</p> 		<p>○前時の振り返り→問題で使う道具を見せる→問題の説明→問題を黒板に貼る→生徒用の問題配布の流れで問題提示を行う。</p> <p>○1個のサイコロを教師が振って見せることにより、★が出やすいことを確認する。</p>
<p>II 予想 「どの目の組み合わせが一番出やすいか予想しよう。」</p>	<p>○予想を発表する。 ①★★が最も多いと予想される 他に ②★● ③★■ ④●● ⑤●■ ⑥■■</p>	<p>○様々な予想を取り上げる。 ○予想した根拠も発表させる。 ○ここですべての組み合わせを確認する。 ○★●と●★を区別しないことを確認する。</p>
<p>III 課題設定 「確かめるためにはどのような方法があるだろうか。」</p> <p>「どの目の組み合わせが一番出やすいか実験してみよう。」</p> <p>「一番多く出た目は何ですか？」</p>	<p>・実際にサイコロを振って実験する。 ・それぞれの確率を求める。 ・表や樹形図を使って調べる。 など</p> <p>○ペアで30回サイコロを振る。</p> <p>○挙手する。 ・★●～多数のペア</p>	<p>○この段階では樹形図や表を書かせない。（ノートに記入させない）</p> <p>○ノートや教科書の上に振らせないなど、サイコロの振らせ方についても確認する。</p> <p>○実際に実験をすることによ</p>

「実験で一番多く出た★●は一番出やすいといえますか？」

- ・★★～少数のペア
- ・そんなはずはない。
- ・30回程度ではまだわからない。
- ・もっと多くの回数を実験する必要がある。(2000回くらい) ←大変！！

★★より★●の方が出やすい？ 理由は？

IV 個人思考

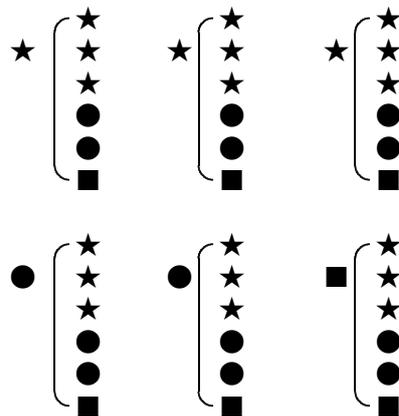
「どうすれば確かめられるだろうか？」

○表や樹形図を使って確率を求め、理由を考える。

表

	★	★	★	●	●	■
★	★★	★★	★★	★●	★●	★■
★	★★	★★	★★	★●	★●	★■
★	★★	★★	★★	★●	★●	★■
●	●★	●★	●★	●●	●●	●■
●	●★	●★	●★	●●	●●	●■
■	■★	■★	■★	■●	■●	■■

樹形図



○組み合わせは全部で36通り。そのどれが起こることも同様に確からしい。

り, ★●が多く出てくることに疑問をもたせる。
○実験回数を多く試行しないと確率に近づかないことや実験することは大変なことを確認する。

○生徒が取り組みやすいよう課題に「説明」という言葉を使わずに、理由を問うことで説明させる。

○課題設定に振り返り、確率を求める方法を表や樹形図で再確認する。

○誤答を教師が取り上げ、全体で考えさせる。

- 考えられる誤答は
- ・3つの★, 2つの●を区別しない表や樹形図
 - ・枝が5本しかない樹形図など

・同じ目のサイコロを区別させるために以下の方法で区別している生徒の考えを取り上げてもよい。

サイコロA: ★₁★₂★₃●₁●₂■
サイコロB: ★₁★₂★₃●₁●₂■

○個人思考の中で、表や樹形図が早く完成している生徒に指名して、あらかじめ黒板に書かせておく。

○以下のように工夫された表や樹形図があれば取り上げたい。

- ・表の★★を①, ★●を②とするなど簡略化した表
- ・★から始まるものを×3などして簡略化した樹形図など。

○起こりうる全ての場合と、そのどれが起こることも同様に確からしいことを確認する。

V 集団解決・課題解決

「★★より★●の方が出やすい？理由を説明しよう。」

『★●』の方が出やすい。理由(予想される解答)

- その1)
★●は12通り, ★★は9通りだから★●の方が出やすい。
- その2)
★★の出る確率は1/4, ★●の出る確率は1/3, ★●が出る確率の方が大きいので, ★●の方が出やすい。 など

○3～4人の小集団で説明し合う。

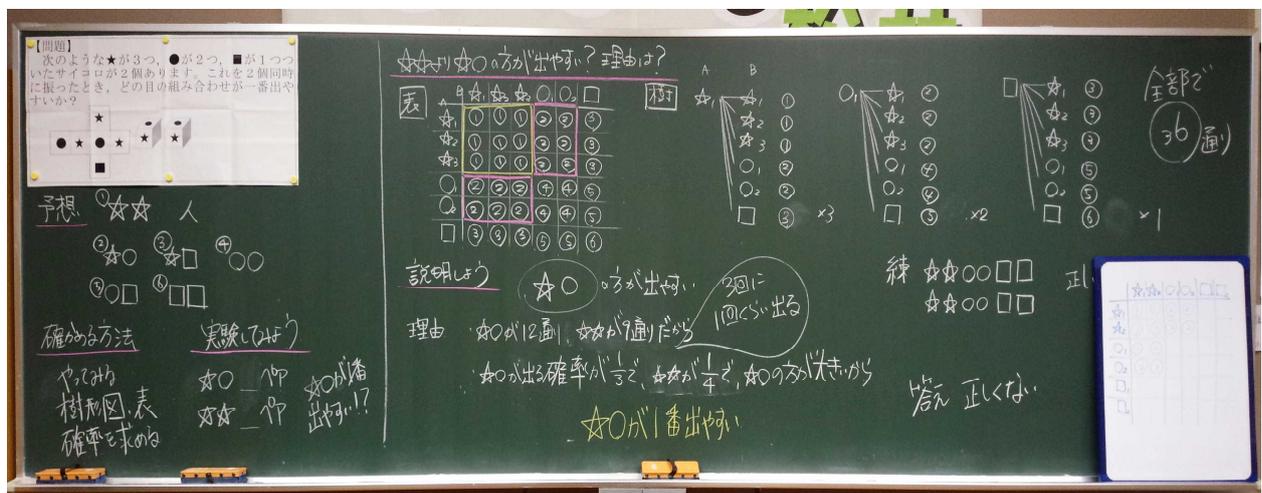
○全体の場で発表する。

○ノートに書かせる。どの組み合わせが出やすいかをまず書かせ、その下に理由を書かせる。

○組み合わせを数えているも

		の、確率を計算しているもの、根拠が明確なものを取り上げる。 ○生徒の表と樹形図を利用して説明・確認する。
<p>VI 問題解決</p> <p>「どの目の組み合わせが一番出やすいですか？」 「それはなぜですか？」</p> <p>「★●はどのくらい出るのだろうか、★★はどのくらい出るのだろうか？」 「確率を求めると、どのくらい出やすいかもわかります。」</p>	<p>○答えの確認をする。</p> <p>・★●が出る確率は1/3で一番大きいので一番出やすい。</p> <p>・★●は3回に1回くらい出る。 ・★★は4回に1回くらい出る。</p>	<p>○実際にサイコロを振った実験結果と比べることで、数学的確率のよさを実感させたい。(30回投げたから★●は10回くらい出ている、など)</p>
<p>VI 練習</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>【練習】</p> <p>★が2つ、●が2つ、■が2つついたサイコロが2個ある。これを2個同時に振ったとき、どの目の組み合わせも同じくらい出やすいと考えた。正しいか？</p> </div> <p>「正しいと思いますか？」</p> <p>「理由を説明しよう。」</p>	<p>○予想する (挙手)。</p> <p>・正しい。 ・正しくない。</p> <p>○説明をプリントに書く。 『正しくない』</p> <p>・ゾロ目は4通り、他は8通りだから同じではない。 ・ゾロ目は1/9、他は2/9だから同じではない。 ・●●が出る確率は1/9、●■が出る確率は2/9なので同じくらい出やすいわけではない。 など</p> <p>○全体で発表する。 ○プリントを提出する。</p>	<p>○最初に扱った問題の★1つを■に条件を変えるとどうなるか疑問をもたせる。 ○問題はプリントで配布する。</p> <p>○予想した根拠も発表させる。</p> <p>○時間があればペアで説明させる。 ○すべての組み合わせを数えたり確率を求めたりしたものと、一部の反例だけをあげたものを比較させたい。 ○時間がなければ発表を短くしてプリントを回収する。</p> <p>◇評価 (プリント、発表)</p> <p>◎判断の理由を、根拠を明確にして説明することができる。 ○どちらが起りやすいか説明することができる。</p>

3 板書計画



VI よい授業を行うための要件

① 本時の目標を明確にする

不確定な事象の起こりやすさの傾向を捉え、判断の理由を、根拠を明確にして説明することができる。

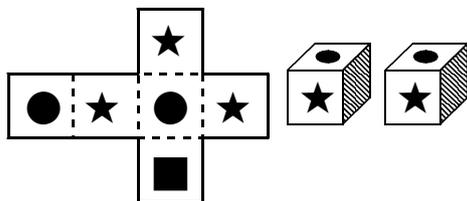
本章では、確率の必要性とその意味、確率を求めることや確率を用いて不確定な事象を説明することを学習してきた。しかし、平成26年度全国学力学習状況調査では「場合の数を正しく数え上げることができない生徒や確率を求めることはできても、それを根拠にして起こりやすさの傾向を説明できない生徒が多く、課題が見られた」*4という結果が出た。そこで、本授業では、数回の実験から「一番多く出たから」、経験的に「出やすい」と判断するのではなく、表や樹形図を用いて考えることの大切さに気づかせるとともに、根拠を明確にして説明することができるようにしたいと考えた。

本授業の目標を上記のようにし、多くの生徒に今まで学習したことよさや数学の楽しさを感じさせるとともに、数学的な表現力を高めていきたい。

② 問題と問題提示の仕方を工夫する

【問題】

次のような★が3つ、●が2つ、■が1つついたサイコロが2個あります。これを2個同時に振ったとき、どの目の組み合わせが一番出やすいか？



【問題】*2は、教科書で扱う2つのサイコロ問題をアレンジしたものである。(本校で使用している教科書(教育出版)の章末問題にも同様の問題が載っている。)「○○の出る目の確率を求めなさい。」ではなく、「どの目の組み合わせが一番出やすいか？」と問うことで様々な予想を引き出し、その予想をくつがえることの面白さが感じられる。予想がくつがえることで、「おや?」「本当に?」「なぜ?」という疑問を生じさせ、生徒自らが追求しようとする主体的な学びを大切にしたい。

問題提示は、アレンジしたサイコロを見せることで、多くの生徒の興味を引きつけ、問題の理解をはかる。1個のサイコロを教師が振って見せることで、★が出やすいことを確認する。多くの生徒は、2個のサイコロを振っても★★が出やすいと予想する。

③ 考えの取り上げ方を工夫する

本時の課題は「★★より★●の方が出やすいだろうか?理由は?」である。この課題に対する生徒の考えは、大きく分けて2通りである。表や樹形図を用いて、起こりうるすべての場合の組み合わせを根拠にして説明するか、確率を用いて説明するかである。どちらの方法も、表や樹形図を用いて組み合わせの数を正しく数える必要があるが、様々な誤答が考えられる。そこで、表や樹形図を使って考える個人思考の途中で、多くの生徒が考える誤答を全体で交流する場面を設定している。また、表のかきかたについても、★●を記号で書く考えなど、個人思考の場面において、よい考えは全体に広めていきたい。このように、個人思考の途中で表と樹形図を同時に取り上げ、すべての場合を正しく数え上げる方法について確認する。同時に取り上げることで、時間の短縮やそれぞれのよさに気づくことができるとともに、何も手が付かない生徒に対して、それぞれの考えを聞き、板書を見て取り組むことができるようにする。

集団解決の場面では、★●の方が出やすい理由について生徒同士少人数で説明する場面と全体の場で発表する場面を設けた。本時の目標を達成させるためには、多くの生徒に発言させることが大切であると考えたからである。また、全体や少人数での交流を通して、お互いの考え方の違いやよさに気づかせ、より深く考えさせることができる。全体での考えの取り上げ方については、起こりうるすべての場合の組み合わせを根拠にして説明する生徒を最初に取り上げた後に、確率を用いて説明している生徒の考えを取り上げる。単元の後半であるから、確率を用いて説明することのよさをあらためて確認する。

Ⅶ 指導案検討で討議された内容、問題の変遷

【本時の目標の変遷について】

今回の研究授業に向けて指導案検討会議を実施し、本時の目標について吟味した。次の表からは、目標の変遷の様子を見ることができる。本時の授業に対する授業者の意図は、「根拠を明確にして説明すること」である。既習内容を用いて説明する活動を通して、そのよさやさらなる理解の深まりにつなげ、数学的な表現力の向上を目指したい。

なお、目標の変遷にある通り、「数学的な表現」では広すぎるという指摘があり、「確率」と限定したが、本時の問題では「確率」を用いる必要性が少なく、「組み合わせ」の方がわかりやすいという意見があった。そこで、「確率」とは限定せずに「根拠を明確にして」と変えている。

- [第1回検討会議] 平成28年 8月12日 夏期研修大会
不確定な事象の起こりやすさの傾向を捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することができる。
- [第2回検討会議] 平成28年10月18日 旭川市教育研究大会
不確定な事象の起こりやすさの傾向を捉え、判断の理由を確率を用いて説明することができる。
- [第3回検討会議] 平成29年 1月11日 冬期研修大会
確率を用いて、不確定な事象の起こりやすさの傾向を捉え、判断の理由を説明することができる。
- [第4回検討会議] 平成29年 1月31日 プレ授業後
不確定な事象の起こりやすさの傾向を捉え、判断の理由を、根拠を明確にして説明することができる。

【問題の検討の変遷について】

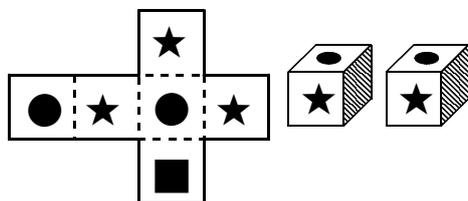
当初は、多くの生徒がもっとも予想するであろう「★★の組み合わせが1番出やすいと考えた。この考えは正しいか？」と問題を提示しようと考えた。正しいかどうかを判断させることは、多くの生徒が予想しやすく、本当に正しいかどうか揺さぶり、予想をくつがえすことで主体的に取り組ませたかったからである。

しかし、この問題は、生徒から様々な考えが出される。「★★の組み合わせが一番出やすいか？」では、予想を限定してしまうことで、問題の面白さがそこなわれるという指摘があった。そこで、「どの目の組み合わせが1番出やすいか？」と提示することで生徒が様々な考えを予想しやすくするようにした。

当初

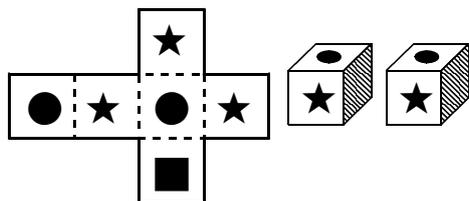
【問題】

次のような★が3つ、●が2つ、■が1つついたサイコロが2個あります。これを2個同時に振ったとき、1つのサイコロに★が3つもあるので、★★の目の組み合わせが一番出やすいと考えた。この考えは正しいか？



【問題】

次のような★が3つ、●が2つ、■が1つついたサイコロが2個あります。これを2個同時に振ったとき、どの目の組み合わせが一番出やすいか？



【これまでの検討について】

① 目標に対して問題は適切だろうか？

→問題は適切である。本問題は、目標によって単元の途中で扱うことも考えられる。しかし、目標や問題の難易度、生徒の実態を考え、単元の後半に扱っている。問題配列については、2つのサイコロの問題を扱った後に行うのがよいと考えた。

② 練習問題をどうするか？

→サイコロ以外の練習問題も考えたが、サイコロの目を変えることにした。本問題の条件を変えることで、生徒にとって問題の理解がしやすく、他ではどんなことが考えられるだろうなどの気持ちが生じる。なお、練習問題は、「正しいか？」としたので、様々な説明が考えられるが、反例を1つあげることができたら正しくないことの説明になることに気づかせたい。なお、目標の達成のためにも、1時間の中で必ず扱うようにしたい。他に考えた練習問題

① ★3●2■1 と ★2●2■2 ②★3●2■1 と ★4●2 など

③ 実験回数は30回で妥当だろうか？

→当初は10回程度も考えていたが予想がくつがえらないケースも出てくる。30回程度にして、★★より★●が多く出ることを実際に体験させ、疑問をもたせたい。

④ 課題の設定について

→生徒の疑問は「★★より★●の方が本当に出やすいか？」である。本時の目標は、「根拠を明確にして説明すること」であることから、「★★より★●の方が出やすい？説明しなさい。」としていた。しかし、「説明しなさい」が加わることで生徒にとって難易度が上がり、追求しようという気持ちが下がると考え、「理由は？」とした。理由を考え発表させる場面を設定し、説明する活動を取り入れている。

⑤ 樹形図を取り上げるかどうか

→2つのサイコロを振り、すべての組み合わせを数えるためには、表を用いる方がわかりやすいことを前時で扱っている。それでも、樹形図を用いて考えようとする生徒はいる。そこで、樹形図を取り上げないのではなく、表と樹形図を同時に取り上げることで、時間を短縮させ、それぞれの考えを比較することで、改めて表や樹形図のよさを確認させていくことが大切だと考えた。

⑥ 教科書の取り扱いについて

→「問題解決の授業」は教科書を使わない授業と誤解している先生が多いと聞いた。1時間の授業の中で、練習問題やまとめの確認など様々な場面で教科書を扱う。しかし、本授業においては単元の後半であり、既習事項を活用し問題を解決する場面である。練習問題も、問題の条件を変えたオリジナル問題であることから、教科書を扱わない。

なお、扱う場面としては、個人思考の場面で前時に扱った2つのサイコロを振る問題を振り返るために教科書を見ることや本問題が章末問題をアレンジしていることを伝えることが考えられる。

引用・参考文献一覧

- * 1 相馬一彦 『数学科「問題解決の授業」』 明治図書, 1997
- * 2 松沢要一 『数学大好き わかる・楽しい授業のアイデア70集』 2004 明治図書
- * 3 相馬一彦 『予想で変わる数学の授業』 2013 明治図書
- * 4 『平成26年度全国学力・学習状況調査 解説資料及び報告書』
国立教育政策研究所 『平成26年度全国学力・学習状況調査の結果を踏まえた授業アイデア例』