

第3学年 数学科学習指導案

日時 平成29年10月27日(金) 13:30 ~ 14:20
生徒 旭川市立永山中学校3年5組
(男子18名 女子17名 計35名)
授業場 旭川市立神楽中学校 1階 2年1組教室
指導者 旭川市立永山中学校 干場 基貴
(使用教科書 中学数学3 教育出版)

I 単元名 6章「円」

II 単元について

1 指導内容の系統と単元について

学習指導要領では、図形の構成要素の関係に着目し、図形の性質や計量について論理的に考察し、表現する力を養うことが求められている。そのためには、観察や操作、実験などの活動を通して、図形の基本的な性質を論理的に確かめることが大切である。また、問題解決的な学習を指導の中核に据え、直観的な予想により解決への必要感を高め、根拠を明らかにしたり筋道を立てて考えを整理したりするなどの数学的活動を指導過程に段階的に位置付け、論理的に思考する力を高めていく必要がある。

本単元の円は、最も身近な図形の一つであり、小学校から学習している。例えば、小学校算数科では、円の中心、半径及び直径、円周率、円の面積を学習している。中学校数学科においては、第1学年で円の接線やおうぎ形などについて学習している。中学校第3学年では、これらの学習の上で、数学的な推論の過程を大切にしながら、円周角と中心角の関係について考察する。この活動を通して、円の性質の理解をより深めるとともに、円周角と中心角の関係を具体的な場面で活用できるようにすることがねらいである。

2 生徒の実態と指導観について

本校第3学年の生徒は、学習課題に対して仲間と協力しながら意欲的に取り組むことができる。一方で、難易度が高いと判断した学習課題に対しては、考えることをあきらめてしまう傾向があり、集中を欠いてしまう生徒もいる。そこで、今年度は、提示する問題をシンプルにすることで、主体的に問題の解決に取り組むことのできる場を繰り返し設定することや、指導過程に生徒同士で話し合ったり黒板の前に出て説明したりする場面を多く位置付けるなどの工夫を取り入れている。

本単元の授業では、観察、操作や実験などの活動や直観的な予想や気づきを大切にして円周角と中心角の関係について見だし、考察を進められるようにする。また、見出した関係が常に成り立つかどうか疑問をもたせたいうで証明させることを基本とし、証明することの必要性やよさを感じ取ることができるようにする。そのためには、生徒同士の話し合いが効果的になるような明確な発問を吟味し、少人数で考えを交流する場面を設定する。また、授業の終末場面には、学習内容と関連する確認問題及び練習問題を提示することにより、円周角や中心角の関係について、深く理解できるようにしたい。

III 単元の目標

- (1) 円周角と中心角に関心を持ち、円周角の定理を見いだそうとする。
- (2) 円周角の定理を見いだしたり、円周角の定理やその逆を活用して図形の性質を証明したりすることができる。
- (3) 円周角の定理を使って角の大きさを求めたり、円周角の定理の逆を使って4点が1つの円周上にあるかどうかを判断したりすることができる。
- (4) 円周角、円周角の定理、円周角の定理の逆の意味を理解することができる。

IV 単元の指導計画・評価規準表

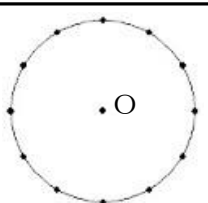
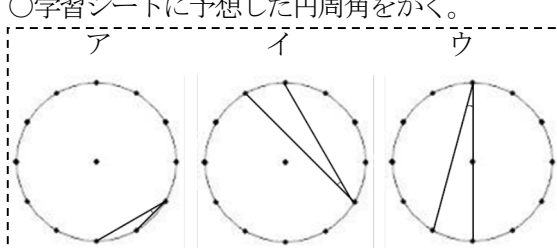
指導案7～8ページに掲載する。

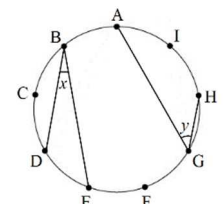
V 本時の学習

1 本時の目標

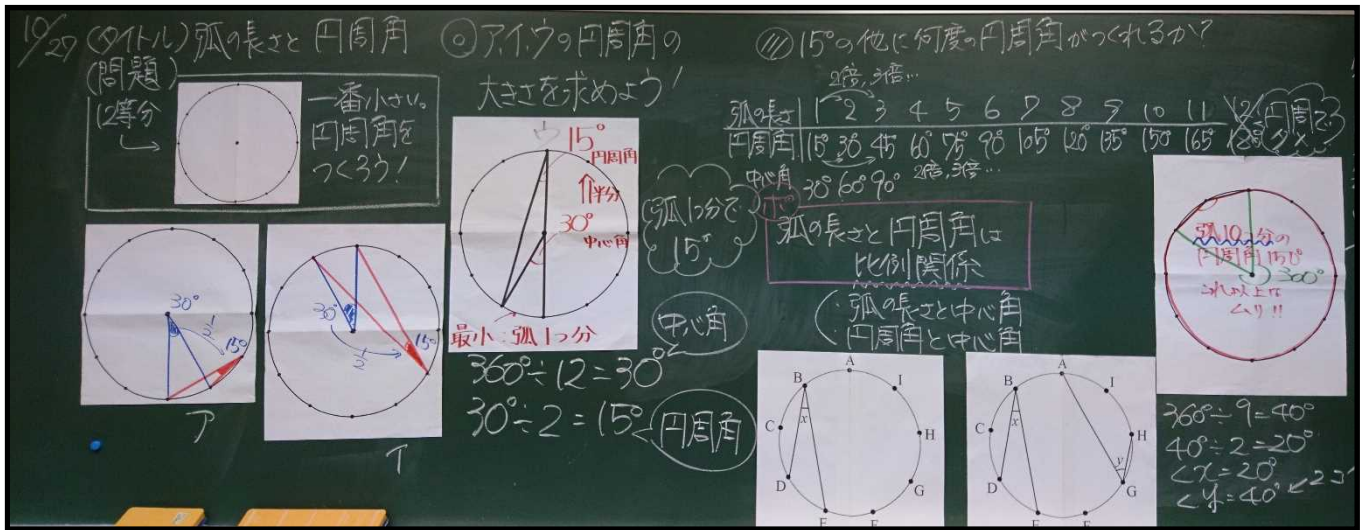
同一円において、等しい弧に対する円周角が等しいことについて理解するとともに、弧の長さと同周角が比例関係になっていることを見いだすことができる。

2 本時の展開

指導過程と主発問	学 習 活 動	留意点・評価
<p>I 問題提示</p> <p>【問題】 円Oの円周上に円周を12等分した点がある。 円周上の3点を結んでできる一番小さい円周角をつくりなさい。</p> 		<ul style="list-style-type: none"> 円周を12等分したものであることを確認した上で「角度が一番小さい円周角をつくろう。」投げかけながら板書する。 生徒用の問題と学習シートを配付する。 一番小さくなる円周角を学習シートにかかせる。 アとイとウの考えは、意図的に指名して取り上げる。
<p>II 予想</p> <p>III 課題設定</p> <p>「どれが一番小さい円周角だろうか」 「どうしたら確かめられるだろうか」</p> <p>【課題】 ア・イ・ウの円周角の大きさを求めよう。</p>	<p>○学習シートに予想した円周角をかく。</p> <p>ア イ ウ</p>  <p>○ア、イ、ウの円周角の大きさについて考える。 ・アが小さい。 ・どれも同じ大きさ。 ○角度の大きさを調べる方法について考える。 ・角度を測る。 ・角度を求める。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 弧や円周角の場所、円周角の見た目の角度が違うことなどについてやり取りし、説明する必要感を高める。ア・イ・ウの角度がわかればいいという考えを生徒から引き出す。 生徒の発した言葉を生かしながら課題を設定する。 個人思考で式を考えている生徒を意図的に指名し、式のみを板書させる。その後、図と関連付けながら説明させる。 12等分なので、弧が等しいというキーワードを生徒から引き出して、黒板の図を使って説明させる。 考えのポイントは適宜板書してまとめる。
<p>IV 個人思考・集団解決</p> <p>「円周角はなぜ 15° になるのだろうか」</p> <p>「(一番小さい) どの円周角も 15° といえることを説明しよう」</p>	<p>○円周角の定理をもとに考える。 ・ $360^\circ \div 12 = 30^\circ$ $30^\circ \div 2 = 15^\circ$ ・ 中心が 360° で円周を12等分しているから $\div 12$, 円周角はその半分なので $\div 2$ で 15° ○学級全体で説明し合う。</p> <p>○12等分なので、弧が等しいことに着目して、アもイもウも 15° といえる理由を考える。 ・ 弧が等しいので、どの中心角も 30° といえる。よって、円周角はどれも 15° といえる。 ○12分の1の弧からできる円周角はどれも 15° になることを理解する。</p>	

<p>「他に何度円周角ができるだろうか」</p>	<p>○15° 以外の円周角について考える。 ・30° , 45° , 60° …150° (165° 180°)</p>	<p>・弧の間隔 (2/12) の円周角の図を提示し、15° 以外の円周角の存在に気付かせる。</p>
<p>「一番大きい円周角は何度になるだろうか」</p>	<p>○12 分の 10 の弧による円周角(150°)が最大であることを考える。 ・165° や 180° は弧が 11 や 12 になってしまうので、円周角をつくることはできないので、弧が 12 分の 10 の円周角が最大になる。 ・弧が 12 分の 10 の中心角が 300° になり、円周角は 150° ・弧が 1 つ分で 15° なので、円周角の最大値は弧が 10 分で 150° になる。</p>	<p>・180° の弧が円周になってしまふことを手掛かりとして、最大の円周角の大きさを考えさせる。</p>
<p>「弧の長さ円周角の大きさにはどのような関係があるか」</p>	<p>○弧の長さ円周角の関係を考える。 ・15° ずつ増えている。 ・弧の長さ円周角の大きさは比例している。</p>	<p>・弧の間隔と円周角の角度が対応するよう表に整理する。</p>
<p>「他に比例しているものはないか」</p>	<p>○弧の長さ中心角円周角の比例関係に気づく。 ・弧の長さ中心角は比例している。 ・中心角円周角が比例している。</p>	<p>・弧の長さ円周角の比例の関係は既習事項。</p>
<p>V 課題解決・問題解決</p>	<p>○確認問題を通して、学習内容を確認する。 【確認問題】 (1) 弧の長さが a cm で円周角が 21° のとき、弧が 3a cm ならば何度になるか。 (2) 弧の長さが 3π cm で円周角が b° のとき、円周角が 2b° ならば、弧の長さは何cmか。</p> <p>○学習内容を振り返り、学習内容をまとめる。 ・同一円等で等しい弧に対する円周角は等しい。 ・同一円等で弧の長さ円周角は比例関係である。</p>	<p>・タブレット PC を使って、確認問題を提示して、弧の長さ円周角が比例関係になっていることを視覚的に捉えさせる。</p> <p>・教科書で学習内容を振り返って確認する。</p>
<p>VI 練習</p>	<p>○練習問題に取り組む。</p>	<p>・練習問題のプリントを配付する。</p>
<p>【練習問題】円周上に 9 等分された点がある。 (1) ∠x と同じ角度になる円周角を DE とは別の弧でかきなさい。 (2) ∠x, ∠y を求めよう。</p>		<p>評価 (観察・プリント) ◎弧と円周角の関係を活用して円周角をかいたり、角度を求めたりする考え方を説明することができる。 ○弧と円周角の関係を活用して円周角をかいたり、角度を求めたりすることができる。</p>
<p>「どうして∠x と同じ角といえるのか」</p>	<p>○等しい弧の円周角や角度の求め方を説明する。 ・弧の長さが等しいから。 ・1/9 の弧に対する中心角が 40° で円周角が 20° だから。 ・弧の長さが 2 倍なので 20° × 2 = 40°</p>	
<p>「どうやって∠x (∠y) を求めたのか」</p>		

3 板書計画



VI 「よい授業」を行うための要件について

1 本時の目標

- ・同一円において、等しい弧に対する円周角が等しいことについて理解するとともに、弧の長さ と 円周角 が比例関係になっていることを見いだすことができる

本時では、定理である「同一の円における等しい弧に対する円周角は等しい。等しい弧に対する円周角は等しい」や、円周角と弧の長さは比例するなどの性質について、既習である円周角の定理を根拠として、生徒自らが関係性を見いだすことをねらいとしている。特に、同一の円における等しい弧に対する円周角は、生徒にとって等しくなるであろうと直観的に予想することができる。そのため、「どうしてだろう」、「調べてみたい」と予想した根拠を論理的に考える活動に主体的に取り組ませていきたい。

2 問題と問題提示

問題では、円周角と弧の関係に着目させて、既習である円周角の定理を根拠として問題を解決できるように12等分された円という特殊な図を題材とする。また、「角度が一番小さい円周角をつくろう」という数学的活動(12等分された点を1つ選択し、そこから他の2点と結んで円周角をつくらせる)を通して課題を生み出せるように問題を工夫した。そのため、多くの生徒が中心角や円周角に着目しながら角度を求める活動に取り組み、問題を解決することができるであろう。また、問題提示の場面では、問題文を一気に提示するのではなく図のみを提示する。図の特徴について確認することや、図を基に何を考えていくのかについて生徒とやり取りをしながら問題を提示していくことで、主体的な活動を促していく。

3 考えの取り上げ方

課題である「ア、イ、ウの円周角の大きさを求めよう」を設定した後に、数分の個人思考の場面を設定する。本時の目標に迫る活発な集団解決を演出するために、机間指導を中心に次の3点の手立てを講じる。

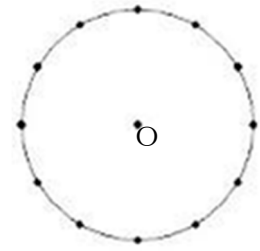
- ・「式で考えているのですね」「図に補助線を書いている人がいるね」など、生徒の思考を促す教師のつぶやきをする。
- ・生徒の考えを把握し、指名する順番(①式、②補助線、③言葉による説明など)を計画し、その後の集団解決への準備をする。
- ・式のみを取り上げ、その意味を図と関連付けて説明する活動を通して、補助線の意味や円周角と中心角の関係性について、考えを引き出していく。

VII 指導案検討で討議された内容、問題の変遷

(案1) 北海道教育大学旭川附属中学校 [授業者 菅原 大]

【問題Ⅰ】

円Oの円周上に12等分された点がある。
13の点から1点を選び、他の2点に直線を引いて 30° をつくろう。
<課題>弧が等しければ、必ず円周角は等しくなるのか。



【問題Ⅱ】

【問題Ⅰ】と同じ条件で、何度角をつくることができるだろうか。

この授業は平成28年度教育大学旭川附属中学校教育研究大会の授業で公開されたものである。

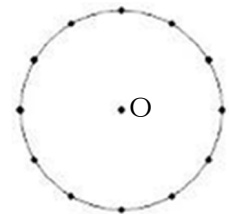
【問題Ⅰ】では、円周角の 30° だけでなく、中心角の 30° もつくらせる活動に取り組み、円周角と中心角の両方を相互に考察しながら、弧の長さや円周角や中心角との関連性を見いだしていた。また、等しい弧に対する円周角が等しいことの証明も行った。【問題Ⅱ】では、弧の長さや円周角や中心角が比例関係にあることを見いだしていく流れであった。

授業は比較的自然的な形で流れており、本時の目標を達成することができていた。研究協議では、一般化するための証明など、内容的に盛り込みすぎており、もっとシンプルにした方が良いといった意見が出された。そこで、12等分された円の特性上、弧の長さや「円周角」、「中心角」、「おうぎ形の面積」などの比例関係を見つけることに焦点化できる問題に改善できないか検討した。

(案2) 平成28年度旭教研 夏季研修

【問題Ⅰ】

円Oの円周上に12等分された点がある。
そのうちの1点から他の2点に直線を引いて 30° をつくろう。



【問題Ⅱ】

【問題Ⅰ】と同じ条件で、何度角をつくることができるだろうか。

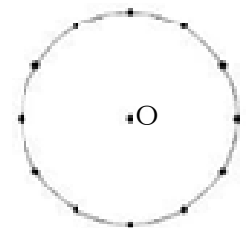
【問題Ⅰ】において、生徒がつくる角を円周角だけに限定し、弧の長さや円周角に焦点化しやすいように改善した。また、証明までは行わずに、円周角と中心角の関係を簡単に確認する程度に止めることにした。その結果、【問題Ⅱ】に時間をかけることができ、弧の長さや「円周角」、「中心角」、「おうぎ形の面積」が比例の関係になっていることを見いだす活動に重点を置けるようにした。

指導案検討において、弧の長さや円周角の比例関係は新しく学習するものだが、その他の関係は既習事項なので見いだすものではないという意見が出された。

(案3) 旭川市立永山中学校 校内研修 [授業者 干場 基貴]

【問題Ⅰ】

円Oの円周上に12等分された点がある。
点を線分でつないで、正多角形をつくろう。



【問題Ⅱ】

(1つの内角を円周角として) 円周角と弧の長さはどんな関係だろうか。

【問題Ⅰ】では、12等分した円の特性を生かして、正多角形をかく活動に取り組みさせた。正多角形の1つの内角(円周角)を求めさせる活動では、「正多角形の1つの内角(円周角)を2年生の時に学習した $180^\circ \times (n-2)$

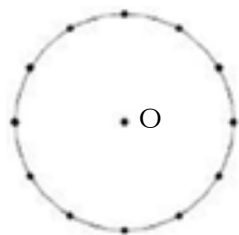
から求める」と「円周角と中心角の関係から求める」という2つ考えが出された。2つの考えを確認して、弧の長さ
と円周角の関係に気づかせる展開になるよう改善した。

実際に授業を行って、生徒と教師のやり取りを中心に比較的自由に流れた。しかし、生徒同士で話し合う場面な
どの集団解決の時間が保証できなかったために、学習内容の理解の深まりが見られなかった。また、正多角形とい
う概念を問題に盛り込んだため、円周角という見方がなかなかできずに、つまづいている生徒が見られた。そこで、
弧の長さ
と円周角
の関係
を考える
という活動
がブレない
ように、
当初考
えていた
問題に
立ち返
ることに
した。

(案4) 旭川市立明星中学校 [授業者 青木 賢二]

【問題1】

円Oの円周上に円周を12等分された点がある。
円周上の点を結んでできる角度が一番小さい円周角をつくりなさい。



【問題2】

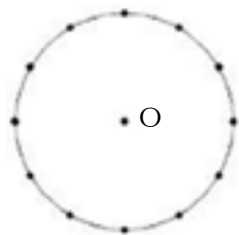
(問題の図を使って)他に何度の円周角がつけられるだろうか。

【問題1】では、一番小さい円周角をかく活動から開始した。ほとんどの生徒が円周角をかくことができている。
ただ、「一番小さい角が何度になるか?」という発問に対しては、前時までの学習内容と定着度合いによって考える
ことのできる人数は変わってくる。授業の内容をシンプルにしたことにより、じっくりと時間をかけて生徒同士で
練り合うことができ、生徒の手によって問題解決することができるようになった。【問題1】をじっくりと時間をか
けて確認したために、【問題2】はスムーズかつ興味をもちながら学習を進めることができるようになった。

(案5) 旭川市立永山中学校 [授業者 干場 基貴], 旭川市立神居東中学校 [早川 裕章]

【問題】

円Oの円周上に円周を12等分した点がある。
円周上の3点を結んでできる一番小さい円周角をつくりなさい。



これまで、【問題1】、【問題2】と2つの問題を提示する展開であった。ただ、いくつかの実践を鑑みて、【問題
1】が解決した後に、【問題2】を改めて提示したことにより、【問題1】との関連性が希薄になったり、生徒の自
然な思考の流れを遮ってしまったりする様子が見られた。そこで、【問題2】は【問題1】に関連する発問という形
で提示することにした。この指導過程の改善により、弧の間隔(1/12)による円周角が 15° であることを理解した
後に、「弧の間隔を増やすと何度の円周角がつけられるか」という発問により、生徒はストレスなく考え続け、円周角
と弧の長さの関係が比例であることを見いだしていけるようになった。