

第2学年 数学科学習指導案

日 時	令和元年10月25日(金) 13:30~14:20
生 徒	小樽市立銭函中学校2年A組 (男子15名 女子14名 計29名)
授業教室	小樽市立菁園中学校 3階 2年1組教室
指 導 者	小樽市立銭函中学校 教諭 達崎 慶太 (使用教科書 東京書籍 数学2)

I 単元名 「連立方程式」

II 単元について

1 指導内容の系統と単元観

小学校では5年生で□や○を用いて数量関係を表すことを学習し、6年生で文字を用いた式を学習する。その後さらに中学校1年生で文字と式について学習したうえで、1元1次方程式の学習につながっていく。

本単元では、2元1次方程式の解は2つの数の組の集合であることを理解させた上で、2つの未知数の値を求めるために2元1次方程式を連立させること、またその解法として、まず解を2つの2元1次方程式に代入する方法を学習するが、より合理的な解法として加減法、代入法(等置法を含む)を学習していく。式の数値や形に合わせて合理的な方法を選択させていくが、合理的と考えられる方法を選択させること以上に、なぜその方法を選択したのか自分なりに根拠をもたせることを重視したい。さらに単元の学習を通して、単に計算練習に終始するのではなく、可能な限り日常生活を意識した問題提示を心がけ、日常に数学が関わっていることを感じさせて、学習に対する必要感につなげていく。そしてあくまでも日常生活の中で活用していけるような指導に努めていきたいと考えている。

本単元を通して未知数が2つになる煩わしさ以上に、それによる利便性を実感させながら理解させていきたいと考えている。

2 生徒の実態と指導観

一人ひとりが落ち着いた雰囲気の中で規律を守りながら真剣に授業に臨んでいる。しかし数学に対する苦手意識を持っている生徒が多く、単純な四則計算などの技能の定着に差がある。また自信のなさから積極的に発言できない生徒が多く、特定の生徒に頼ってしまう現状がある。そのため、机間指導の際の声かけや個別指導、個人間での意見交流の場面を設けたりすることで、自分の考えに自信を持たせるような手立てをとり、積極的に取り組むことができる生徒を増やしていきたいと考えている。

III 単元の目標

- (1) 様々な事象を連立2元1次方程式でとらえたり、それらの性質や関係を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心を持ち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとする。
- (2) 連立2元1次方程式についての基礎的・基本的な知識や技能を活用して、論理的に考察し表現することができる。
- (3) 連立2元1次方程式を解くことができる。
- (4) 連立2元1次方程式の必要性と意味およびその解の意味を理解することができる。

IV 単元の指導計画と評価規準

※ 最終ページに掲載

V 本時の学習

1 本時の目標

- 江戸時代の数学が現代の数学とは違う形式で発展してきたことや当時の生活の中に数学が深く関わっていたことを知ろうとする。(関心・意欲・態度)
- 既習事項を生かして問題を解決する過程で、答えを求める方法の比較を通して、連立方程式、和算のそれぞれのよさを見出すことができる。(数学的な見方・考え方)

2 本時の展開

●指導過程と「主発問」	○学習活動 *予想される生徒の発言や反応	・留意点 ◇評価
●和算について、算額奉納の風習について紹介をする ●鶴亀算(問題)を提示する	○和算への理解を深める ○鶴亀算(問題)を理解する	・画像などを見せながら興味関心を高める ・鶴亀算の問題、解答ともに①原文、②うち直したもの、③現代語訳の順で提示
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> 鶴と亀が合わせて100頭いる。足の数は全部で272本である。鶴と亀はそれぞれどれだけのいるか。 </div>		
「みなさんならどのように答えを求めますか？」	*連立方程式を使えばよいと思う	
●鶴亀算(解答)を提示する	○鶴亀算(解答)を理解しようとする	
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> $100 \times 4 = 400 \quad 400 - 272 = 128 \quad 128 \div 2 = 64$ A. 鶴64羽,亀36匹 </div>		
「なぜこのような計算をすれば答えが求まるのでしょうか。」	*全部を亀として考えている *その後がわからない・・・	
●鶴亀算(解答)を説明する	○鶴亀算(解答)を理解する	
●問題を提示する	○問題を理解する	・なぜ和算の解き方で解けるのか、その理由を考えさせる。出てこなければ教師主導で説明していく。
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> 【問題】 『鶴と亀が合わせて100頭いる。足の数は全部で272本である。鶴と亀はそれぞれどれだけのいるか。』という問題を和算では次のように解いている。 $100 \times 4 = 400 \quad 400 - 272 = 128 \quad 128 \div 2 = 64$ A. 鶴64羽,亀36匹』 和算の方法と連立方程式の方法は関係があるといえるでしょうか。 </div>		
●予想させる	○予想する	
●「関係があると言えるかどうかを判断するにはどうすればよいだろう」	*実際に連立方程式をつかって解いてみる *それぞれの方法を比べてみればよい	
●学習課題を共有する	○学習課題を共有する	
<div style="border: 2px solid black; padding: 5px;"> 鶴の数を x ,亀の数を y として連立方程式をつかって解き,和算の方法と比較してみよう </div>		

●指導過程と「主発問」	○学習活動 *予想される生徒の発言や反応	・留意点 ◇評価
<p>●自力解決をさせる</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>(1)</p> $\begin{cases} x + y = 100 \cdots \textcircled{1} \\ 2x + 4y = 272 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ $\begin{array}{r} \textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} \\ 2x + 2y = 200 \\ -) 2x + 4y = 272 \\ \hline -2y = -72 \\ y = 36 \cdots \textcircled{3} \end{array}$ <p>③を①に代入 $x + 36 = 100$ $x = 64$</p> <p>A. 鶴64羽, 亀36匹</p> </div> <p>●全体で練り上げる 「和算の方法と比較していえることはないだろうか。」</p> <p>●「(1)は和算の方法と関係ないだろうか。」</p> <p>●確認問題を提示する</p>	<p>○自力解決をする</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>(2)</p> $\begin{cases} x + y = 100 \cdots \textcircled{1} \\ 2x + 4y = 272 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ $\begin{array}{r} \textcircled{1} \times 4 - \textcircled{2} \\ 4x + 4y = 400 \\ -) 2x + 4y = 272 \\ \hline 2x = 128 \\ x = 64 \cdots \textcircled{3} \end{array}$ <p>③を①に代入 $64 + y = 100$ $y = 36$</p> <p>A. 鶴64羽, 亀36匹</p> </div> <p>○他者の考えから自分の意見を深める * (2)の連立方程式は和算の方法でやっていた計算と同じ計算になっている * すべて鶴だとすると $100 \times 2 = 200$ $272 - 200 = 72$ $72 \div 2 = 36$ となるので (1)と同じ計算になる</p> <p>○確認問題を理解する</p>	<p>・机間指導をする</p> <p>・5分程度したら自由に個人間交流するよう伝える</p> <p>・連立方程式を解き, 比較して気づいたことをワークシートに記入するよう指示する</p> <p>・2分程度時間を取り, 実際に和算の方法で答えを求める</p> <p>・選択した理由をそれぞれのよさと捉え, どちらの方法を選択したか, その理由も考えて答えを求めるよう指示する</p>
<p>【確認問題】 タコとイカが合わせて45匹いる。足の数は全部で388本である。タコとイカはそれぞれどれだけいるか。</p>		
<p>●自力解決をさせる</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>(1)</p> $\begin{cases} x + y = 45 \cdots \textcircled{1} \\ 8x + 10y = 388 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ $\begin{array}{r} \textcircled{1} \times 8 - \textcircled{2} \\ 8x + 8y = 360 \\ -) 8x + 10y = 388 \\ \hline -2y = -28 \\ y = 14 \cdots \textcircled{3} \end{array}$ <p>③を①に代入 $x + 14 = 45$ $x = 31$</p> <p>A. タコ31匹, イカ14匹</p> </div> <p>●連立方程式, 和算それぞれのよさを認識させる。 「どちらの方法を使ったか, 理由を教えてください。」</p> <p>●まとめる 「今日の授業でわかったことをワークシートに記入してください。」</p> <p>●全体で交流する 「発表してください。」</p>	<p>○自力解決をする</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>(2)</p> $\begin{cases} x + y = 45 \cdots \textcircled{1} \\ 8x + 10y = 388 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ $\begin{array}{r} \textcircled{1} \times 10 - \textcircled{2} \\ 10x + 10y = 450 \\ -) 8x + 10y = 388 \\ \hline 2x = 62 \\ x = 31 \cdots \textcircled{3} \end{array}$ <p>③を①に代入 $31 + y = 45$ $y = 14$</p> <p>A. タコ31匹, イカ14匹</p> </div> <p>○どちらの方法を使ったか理由も含め, 発表する * 式を作りやすいので連立方程式を使った * 計算が素早くできるので和算の方法を使った</p> <p>○ワークシートに記入</p> <p>○発表する</p>	<p>◇見方・考え方 (ワークシート・観察)</p> <p>A: 両方の方法のよさについて理解し, 自分なりに選択した理由を説明することができる。</p> <p>B: 選択した方法のよさについて理解し, 自分なりにその理由を説明することができる。</p> <p>C: 他の意見を聞きながらどちらかの方法を選択して答えを求めることを促しなぜその方法を選んだのかを考えさせる。</p> <p>◇関心・意欲・態度 (ワークシート・観察)</p> <p>A: 数学の文化的な側面について気づき, 発表することができる。</p> <p>B: 数学の文化的な側面について気づき, ワークシートに記入することができる。</p> <p>C: 他の意見を聞きながら数学の文化的な側面についてワークシートに記入するよう促す。</p>

●指導過程と「主発問」	○学習活動 *予想される生徒の発言や反応	・留意点 ◇評価
<p>【まとめ・気づき】</p> <ul style="list-style-type: none"> ・連立方程式の方法と和算の方法は関係があるといえる ・連立方程式の方法は式を作るのが簡単 ・和算の方法は素早く計算できる ・数学の歴史や和算、算額について知った ・昔は算数のような方法で問題を解いていた ・文字を使わなくても連立方程式のような計算ができる 		
●ワークシートを集める		

3 本時の学習と研究主題との関連について

中学校部会研究主題
「数学を学ぶことのよさ」を実感する生徒の育成
～数学的活動を軸にした授業研究～

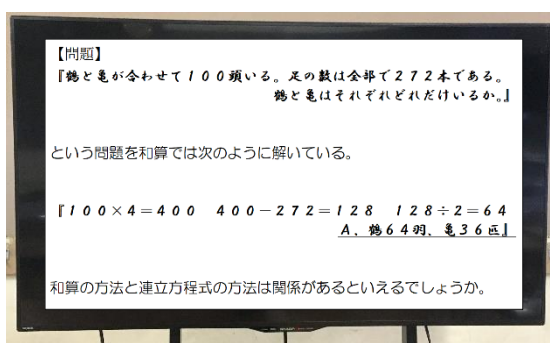
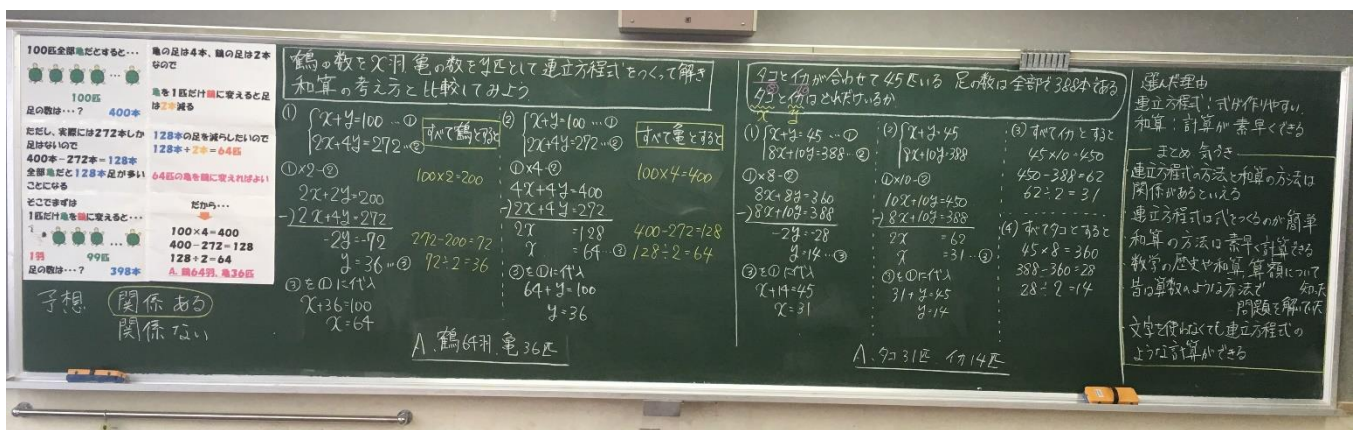
和算の考え方は直観的かつ帰納的なものであり、数学的に価値が低いといわれている。しかし、和算を教材として、和算そのものの直観的帰納的な考え方との比較をすることで、現在私たちが学んでいる演繹的で一般化される数学を学ぶことのよさを感じさせられるのではと考えた。

この『鶴亀算』はすべて亀であれば、すべて鶴であればと仮定して考えていくなかで答えを求めていく。この方法と連立方程式を作り解を求める方法を比較し、和算の方法のよさにも気づかせた上で、単元を通して学習してきた連立方程式のよさを実感させたい。

また、和算を教材として扱うことで、当時の人々の生活に強く結びついていたことや庶民の娯楽であったことなどから、当時の時代背景とともに数学の文化的な側面を感じさせるきっかけと考えている。

4 その他 (板書計画やワークシートなど)

(1) 板書計画



2年 組 番 氏名

【問題】

「**鳩と亀**が合わせて**1000**羽いる。**足の数は全部で272本**である。**鳩と亀はそれぞれだけ**いるか。」

鳩と亀はそれぞれだけいるか。」

という問題を和算では次のように解いている。

$$1000 \times 4 = 4000 \quad 4000 - 272 \times 2 = 128 \quad 128 \div 2 = 64$$

A. **鳩64羽、亀36匹**

和算の方法と連立方程式の方法は関係があるといえるでしょうか。

【予想】

【課題】

【確認問題】

() と () が合わせて () 匹いる。
 足の数は全部で () 本である。() と () はそれぞれ
 どれだけいるか。

《選んだ方法》

《理由》

《気づいたこと》

【まとめ・気づき】

《選ばなかった方法》

《選んだ人の理由》

(3) 和算を含めた数学史を取り入れた授業について (定着問題での扱いも含む)

小町算 (正負の数)

$1 \square 2 \square 3 \square 4 \square 5 \square 6 \square 7 \square 8 \square 9 \square = 100$
□の中に+, -, 空白のどれかを入れて式を完成させよう。

絹盗人を知る算 (方程式)

何人かの盗人が橋の下で盗品の反物を分配している。橋の上でその様子を聞いていると1人に12反ずつ分けると、12反余り、14反ずつ分けると6反不足するという。盗人の人数と盗品の反物の数を求めなさい。

ディオファントスの方程式 (方程式)

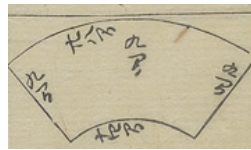
一生の6分の1は少年で12分の1ののち、ひげがのび7分の1たってから結婚した5年たって、息子が生まれたが息子は彼の半分しか 生きられず息子が死んで4年たち彼はその一生を終えました。何歳まで生きたのでしょうか。

鶴亀算 (連立方程式)

上記参照

おうぎ形の面積 (多項式)

次の図形の面積を求めなさい。



エラトステネスのふるい (平方根)

素数を見つけるのに、エラトステネスのふるいとよばれる、素数でない数をふるい落としていく方法があります。この方法で、100までの素数を求めてみよう。

- ① 1は素数でないから消す。
- ② 2に○印をつけて残し、それより大きい2の倍数を消す。
- ③ 残った数のうち、最小の数3に○印をつけて残し、それより大きい3の倍数を消す。
- ④ 残った数のうち、最小の数に○印をつけ、それより大きいその数の倍数を消す作業を続ける。
- ⑤ ○印のついた数が素数である。

ガリレオガリレイの落下運動 ($y = ax^2$)

高いところから物を落とすとき、落ち始めてから x 秒間に落ちる距離を y m とすると、次の関係があります。

$$y = 4.9x^2$$

- ① 落ち始めてから2秒間では、何m落ちますか。
- ② 40mの高さから物を落とすとき、地面に着くまでに何秒かかりますか。

木の高さを測る（相似）

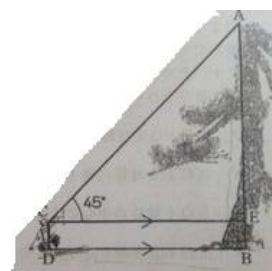
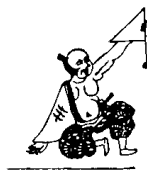
塵劫記では右の図のようにして、気の高さを測る方法が紹介されている。

『鼻紙を2つに折って直角三角形をつくる。

斜辺の延長に木の頂点に来るように移動する。

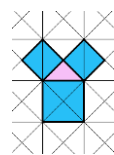
目線の高さと木までの距離を測る。』

なぜこの方法で気の高さが測れるのだろうか。



三平方の定理の発見（三平方の定理）

右の図をみて、気付くことをたくさんあげてみよう。



※ 単元の指導計画と評価規準

[全15時間扱い]

次	本時の目標	主な学習活動 (主問題・学習課題)	評価規準【評価の観点】
			おおむね満足できる
1	<ul style="list-style-type: none"> 既習事項をいかして連立方程式を使って問題を解こうとする。 2元1次方程式とその解の意味、連立方程式とその解の意味を理解することができる。 	①♥と♠のトランプが全部で14枚ある。 ♥と♠はそれぞれ何枚あるだろうか。 ②♥は♠よりも4枚多い。それぞれ何枚あるだろうか。	【関心・意欲・態度】 2つの2元1次方程式をつくり、連立させようとする。
			【知識・理解】 2元1次方程式の解は無数にあり、1つの式では x, y を特定できないことを理解できる。
2	<ul style="list-style-type: none"> 加減法を使って連立方程式を解こうとする。 どちらかの文字の係数がそろっている連立方程式を加減法で解くことができる。 	あるくだもの店で買い物をしたら、リンゴ2個とオレンジ5個の代金の合計は600円、リンゴ2個とオレンジ3個の代金の合計は480円だった。リンゴ1個とオレンジ1個のそれぞれの値段を求めよう。	【関心・意欲・態度】 どちらの文字を消去すればよいか考えようとする。
			【技能】 どちらかの文字を消去して、1元1次方程式にして解くことができる。
3	<ul style="list-style-type: none"> どちらか一方の式を変形し、どちらかの文字の係数をそろえて、連立方程式を加減法で解くことができる。 	あるくだもの店で買い物をしたら、桃1個と梨2個の代金の合計は440円、桃4個と梨3個の代金の合計は1160円だった。桃1個と梨1個のそれぞれの値段を求めよう。	【技能】 どちらか一方の式を変形し、どちらかの文字の係数をそろえることができる。
4	<ul style="list-style-type: none"> 両方の式を変形し、どちらかの文字の係数をそろえて、連立方程式を加減法で解くことができる。 	あるくだもの店で買い物をしたら、柿3個とメロン4個の代金の合計は420円、柿2個とメロン3個の代金の合計は1160円だった。柿1個とメロン1個のそれぞれの値段を求めよう。	【技能】 両方の式を変形し、どちらかの文字の係数をそろえることができる。
5	<ul style="list-style-type: none"> 式の形から加減法ではない方法で解こうとする。 代入法を使って連立方程式を解くことができる。 	スーパーで買い物をしたら、りんご2個とオレンジ5個の代金の合計は600円で、りんご1個はオレンジ2個より30円高い。りんご1個とオレンジ1個のそれぞれの値段を求めよう。	【関心・意欲・態度】 加減ではない方法で文字を消去しようとする。
			【技能】 代入を使って文字を消去し、1元1次方程式にして解くことができる。

6	<ul style="list-style-type: none"> ・加減法と代入法,どちらが効率的かを判断する上で考えに対する根拠を示し互いに伝え合うことを通してそれぞれの考え方のよさを見出すことができる。 	$\begin{cases} 3x - 4y = -11 \\ x + 9 = 4y \end{cases}$ <p>次の問題を加減法と代入法どちらで解くとよいだろう。</p>	【見方・考え方】 加減法と代入法,どちらを選択したのかを説明することができる。
7	<ul style="list-style-type: none"> ・既習事項をいかして,係数に小数や分数をふくむ連立方程式を様々な解き方で解こうとする。 ・係数に小数や分数をふくむ連立方程式を解くことができる。 	$\begin{cases} \frac{1}{4}x + 0.2y = 3 \\ x - y = 3 \end{cases}$ <p>太郎くんはいろいろ工夫して3通りの解き方を見つけた。君は太郎くんを超えられるか?</p>	【関心・意欲・態度】 小数と分数をどちらかに合わせて解こうとする。
			【技能】 すべて文字の係数をすべて整数にすることができる。
8	<ul style="list-style-type: none"> ・既習事項をいかして式のつくり方を多様に考えることができる。 ・$A=B=C$の形をした連立方程式を解くことができる。 	直売所で買い物したら,りんご4個とオレンジ1個の代金の合計とリンゴ2個とオレンジ4個の代金の合計は同じで700円だった。リンゴ1個とオレンジ1個のそれぞれの値段を求めよう。	【見方・考え方】 既習事項をいかして,式のつくり方を考えることができる。
			【技能】 $A=B=C$ の形をした連立方程式を解くことができる。
9	<ul style="list-style-type: none"> ・既習事項をいかして問題を解くことができる。 	基本の問題	【技能】 自力で問題を解くことができる。
10	<ul style="list-style-type: none"> ・解決の見通しの持ち方や手順を考え,具体的な問題を連立方程式を利用して解決することができる。 	1本170円のバラと1本120円のガーベラとを合わせて10本買い代金の合計がちょうど1500円になった。それぞれの本数を求めるのに,次のような式を作った。 $\begin{cases} x + y = 10 \\ 170x + 120y = 1500 \end{cases}$ $x, y, 170x, 120y$ はそれぞれ何を表しているのだろうか。	【見方・考え方】 数量の意味を考え,式を作る手順を考えることができる。
11	<ul style="list-style-type: none"> ・速さ,時間,道のりに関する問題を連立方程式を利用して解決することができる。 	Aさんは10時に家を出発して,1200m離れた駅に向かった。はじめは毎分50mの速さで歩いていたが,列車に乗り遅れそうになったので,途中から毎分80mの速さで走ったら駅には10時18分に着いた。 歩いた道のりを x 走った道のりを y として,問題に含まれる数量を表に整理し連立方程式を作ってみよう。	【見方・考え方】 式を作る手順を考え,速さ,時間,道のりの関係から連立方程式をつくることができる。
12	<ul style="list-style-type: none"> ・割合に関する問題を連立方程式を利用して解決することができる。 	ある中学校では生徒がボランティアで地域の清掃活動をしている。先月の参加人数は130人だったが,今月は16人増えた。これを男女別で調べると先月より男子は15%,女子は10%それぞれ増えた。先月の男子の参加人数を x ,先月の女子の参加人数を y として,問題に含まれる数量を表に整理し連立方程式を作ってみよう。	【見方・考え方】 式を作る手順を考え,割合の考え方から連立方程式をつくることができる。
13	<ul style="list-style-type: none"> ・既習事項をいかして問題を解くことができる。 	基本の問題	【技能】 自力で問題を解くことができる。
14	<ul style="list-style-type: none"> ・既習事項をいかして問題を解くことができる。 	章の問題A,B	【技能】 章の問題Aは自力で問題を解くことができる。章の問題Bは周囲と相談したり,教師のアドバイスを聞いて問題を解くことができる。
15	本時		

