

第2学年 数学科学習指導案

日 時 令和元年10月25日(金) 13:30~14:20
生徒 余市町立旭中学校2年A組
(男子28名 女子12名 計40名)
授業教室 小樽市立青園中学校 3階 特別活動教室
指導者 余市町立旭中学校 亀井 雄太
(使用教科書 教育出版 中学数学2)

I 単元名 「3章 1次関数」

II 単元について

1 指導内容の系統と単元観

関数領域においては、日常生活や自然現象など身の回りの事象を数学と結び付けて考察したり判断したりすることができる。そのためには、まず問題を数学の舞台にのせること、すなわち定式化することが必要である。その際、数量が一定の量で増えたり、減ったりすると見なし、事象を理想化したり単純化したりすることによって、定義にあてはめ数学的な考察や処理を行う。

小学校では、第4学年から第6学年にかけて、単位あたりの値段と個数の関係や長方形の縦と横の辺の長さの関係など、ともなって変わる2つの数量関係を、表、言葉の式、グラフに表し、変化の様子を調べた。また、比例や反比例の用語も確認されており、それらの特徴を調べ、表やグラフにまとめている。これらの学習を通し、関数についての基本的な見方や考え方を培ってきている。

第1学年では、ともなって変わる2つの数量関係について学習し、比例、反比例を関数として捉え直した。そこでは、ともなって変わる2つの数量を変数として捉え、文字を使って表し、定義域を負の数まで拡張し、表、式、グラフで整理し、性質を捉えさせた。さらに、比例定数を負の数まで拡張することで、比例定数が意味するものは何かということ具体的な場面と関連付けて学習している。

本単元では、第1学年で学習した比例になる事象と1次関数になる事象を比較することで、与えられた2つの数量関係が関数関係になっていることを見いだす。また、変化の割合が表すものなどに着目し、具体的な2つの数量関係を1次関数とみなして、その変化や対応の特徴を調べ、予測したり説明したりすることができるようにすることが、本単元での大切なねらいといえる。

2 生徒の実態と指導観

2年A組の生徒は、第1学年からクラス替えが行われていないクラスである。

第1学年で比例・反比例を扱った時の最初の授業では、小学校の既習事項である比例の意味を理解していなかったり、反比例を忘れていたりしていた。当然、表とグラフを関連付けたり、言葉の式を書いたりすることもできなかった。既習事項の理解が不十分な生徒が多くいる中ではあったが、学習に対する姿勢は真面目である。また、話し合い活動では、人の話を聞いたり、自分の考えや意見を堂々と言ったりすることができることから、少しずつ比例、反比例の意味を理解し、理解に苦しむ級友に丁寧に説明したり自分の考えをノートに記述したりすることができるようになってきた。2018年11月には、比例の活用で本時の内容と関わり深い研究授業を行った。授業は、追いつきの問題を扱い、一定の速さで移動する様子を数理的に捉え、移動の様子を、表、式、グラフで表したり、一方の座標しか読み取りができない時は、読み取ることができた座標を式に代入したりして問題を解決するところまで学習を深めることができた。

第2学年では、粘り強く考えたり、自分の考えと級友の考えを比較し、よりよく課題を解決しよう

としたりする学級の良さを生かして日頃の学習に励んでいる。また、積極的に家庭学習に励んだり、週末には、課題プリントを解いたりする生徒が多い。

本時の授業では、2つのグラフの読み取りを行う。しかし、課題解決に向けては、グラフからは座標の読み取りが困難な内容を扱っている。教科書では、一方の座標しか読み取ることができない内容を扱っているが、「第1学年の比例の活用」でこれらの内容は学習してきたことを踏まえ、本時では、いずれの座標も読み取ることができない状況で課題を解決させたいと考えた。表、式、グラフを相互に関連付けて課題を解決しなければならないことから、個人思考とグループワークの時間を効率よく使い、既習事項を生かしながら課題解決に積極的に向かう姿勢を育み、「数学を学ぶことのよさ」を実感させられるような指導を行いたい。

Ⅲ 単元の目標

- (1) 1次関数を使って、具体的な事象をとらえ、説明することに関心を持ち、問題の解決のために活用しようとする。
- (2) 具体的な事象の中の2つの数量の関係を1次関数とみなして、その変化や対応の特徴を調べ、予測したり説明したりすることができる。
- (3) 1次関数の関係を、表、式、グラフを使って表したり読みとったりすることができる。
- (4) 1次関数を活用して、具体的な事象を考察したり予測したりすることができることを理解している。

Ⅳ 単元の指導計画と評価規準

※最終ページに掲載

Ⅴ 本時の学習

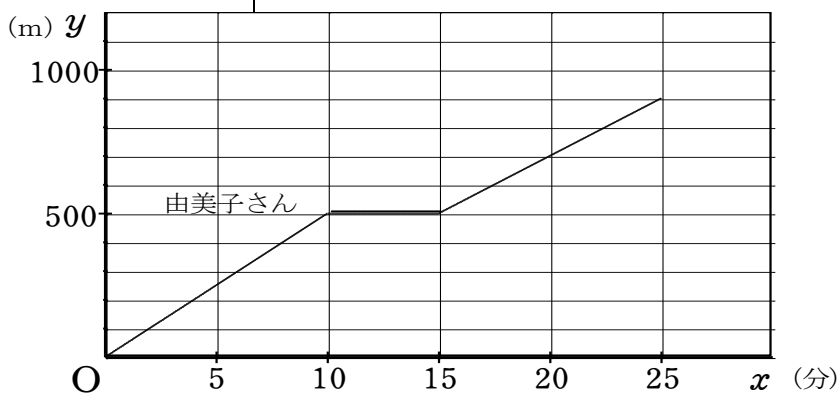
1 本時の目標

身近な事象の中の関数関係に着目し、グラフからは読み取れない情報を解決する方法を見いだし、問題を解決することができる。【数学的な見方・考え方】

2 本時の展開

●指導過程と主発問	○学習活動 *予想される生徒の発言や反応	・留意点◇評価
I ●問題用紙を配布 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>雄太さんと由美子さんは、お互いの家から900m離れた映画館でデートをすることになりました。デート前日、お互いの家を9:00に出発し、2人の家から等しい距離にある公園で9:10に待ち合わせをしてから一緒に映画館に向かうことにしました。しかし、デート当日、雄太さんは寝坊してしまったため、9:00に家を出ることはできず、雄太さんは9:10に家を出ました。由美子さんは、雄太さんがいつものように寝坊したと思い、5分経っても雄太さんが来なければ、先に出発して映画館で待っていようと思いました。雄太さんは、由美子さんが映画館に着く前に、追いつくことはできるでしょうか。</p> </div>		・問題文の内容がわかるように図を使って説明する。
II ●問題を追及 「この他にどんな情報がわかれば、問題を解決できるかな。」	○問題を解決するために必要な情報を考える。 *公園までの距離 *2人の移動の速さ	・問題文には書かれていない情報などを考えるように促す。

「では、ここで由美子さんの移動の様子がわかる図を提示します。この図からどんなことがわかるかな。」



○図からわかることを考える。

- ・座標軸は何を表しているか説明する。
- ・問題を解決するために必要な情報を読み取っていく。

Ⅲ ●予想・試行錯誤

「では、ここで雄太さんの移動の様子を伝えます。雄太さんは、分速90mで映画館へ向かいました。雄太さんは由美子さんと出会い、一緒に映画を見ることができのでしょうか。」

○追加された条件をもとに予想する。

- *雄太さんは、10分で900m進むから、途中で出会い、一緒に映画を見ることができる。
- *グラフをかいたら、グラフが交わったので、2人は出会い、一緒に映画を見ることができた。

【予想】2人は出会って一緒に映画を見ることができる。

- ・どの辺りで2人は出会えたかを考えるために、計算で求めた生徒にはグラフをかいて考えさせる。

【数学的活動1】

「2人はどの辺りで出会いましたか。」

- *公園を少し過ぎたくらいで出会った。

- ・出会うということは同じ時刻に同じ地点にいることを伝える。

「では、2人が出会ったのは家から何m離れた地点かグラフから読み取れますか。」

- *グラフからは読み取ることができない。

「では、出会った時間をグラフから読み取るとはできますか。」

- *時間も読み取るとはできない。

- ・読み取ることができない理由を聞く。

iv ●課題を設定

【数学的活動1】

【めあて】2人が出会った時間を色々な方法で求めよう！

v ●課題を解決

「グラフからは読み取ることができないとき、他にどのような解決方法があるかな。」

個人思考⇒交流⇒全体

「では、ここからは4人グループで考え方の交流をしたいと思います。では、交流して下さい。」

「表を利用して考えた人はどのように考えましたか。」

「式を利用して考えた人はどのように考えましたか。」

<表の考えを利用した生徒>

x 分	0	...	10	11	12	...	15	16
由美子さん	0	...	500	500	500	...	500	540
雄太さん	0	...	0	90	180	...	450	540

答) 9時16分に家から540mの地点で追いつく。

<式の考えを利用した生徒>

* 由美子さん $y = 40x - 100$

* 雄太さん $y = 90x - 900$

* これらを連立して解く。

$$\begin{cases} y = 40x - 100 \\ y = 90x - 900 \end{cases}$$

$$x = 16, y = 540$$

答) 9時16分に家から540mの地点で追いつく。

- ・悩んでいる生徒に対しては、10分後からの移動の様子を由美子さん、雄太さんそれぞれがどのようなになっているか考えさせる。

【数学的活動2】

- ・出会うということは「同じ時刻に同じ地点にいること」を再度確認する。

↓

- ・それぞれの式において共通の x, y の値を求めることになる。

↓

- 2つの式を連立して解を求める。
- ・増加量に着目した傾きの求め方も説明する。

<p>VI ●まとめ・定着</p> <p>「グラフから読み取ることができない値はどのような方法で問題が解決できますか。」</p> <p>「では、ここで問題の条件を変えたいと思います。どこの数値を変えますか。」</p> <p>「数値を変えると、出会う時刻や家から移動した距離も当然変わってくるね。では、この時刻や距離がどんな値になっても求めることができるのは、表、式、グラフのうちどれだろうか。」</p>	<p>○グラフから読み取れないときの解決方法を発表する。</p> <p>*式や表を利用して問題を解決する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>【まとめ】グラフから読み取れないときは、表や式を利用して考える。</p> </div> <p>○問題文の数値を変える</p> <p>*雄太さんが家を出た時間を10分よりも前、もしくは後にする。</p> <p>*雄太さんの速さを変える。 (分速120m, 分速80mなど)</p> <p>○交点の座標がどんな値になっても求めることができる方法を考える。</p>	<p>【数学的活動3】</p> <ul style="list-style-type: none"> ・補助板書の雄太さんのグラフを平行移動する。 ・速さが速くなった場合と遅くなった場合で直線の傾きがどのようになるかを聞く。 <p>◇見方・考え方</p> <p>A：式の有用性を理解して問題を解決することができる。</p> <p>B：グラフからは読み取れない情報を解決する方法を見だし、問題を解決することができる。</p> <p>C：グラフ以外で課題を解決する方法を想起させる。</p>
--	---	--

【数学的活動1】 移動している様子を日常の事象として数理的に捉え、数学的に表現・処理し、問題を解決する活動。

【数学的活動2】 数学的な表現を用いて説明し、伝え合う活動。

【数学的活動3】 解決の過程や結果を振り返り、考察する活動。

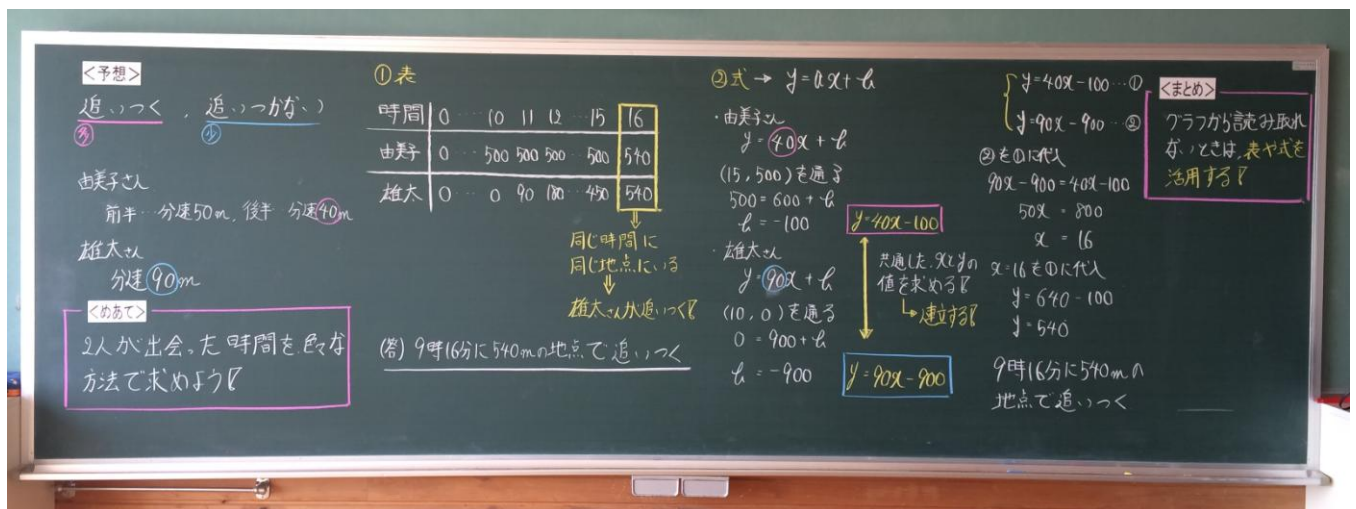
3 本時の学習と研究主題との関連について

中学校学習指導要領解説では、数学のよさを実感できるようにするためには、「数学を学ぶ過程で、数学的な知識及び技能を確実に用いることができるようになったり、思考力、判断力、表現力等を発揮することによって能率的に物事を処理できるようになったり、事柄を簡潔かつ明瞭に表現して的確に捉えることができるようになったりする成長の過程を振り返るなどして明確に意識できるようにすることが大切である。」とされている。

本時では、2人の移動の様子を日常の事象として扱うことで、2人の移動の様子を数学の舞台にのせることとした。由美子さんの移動の様子はグラフで提示し、雄太さんの移動の様子は文章を読み取ったり、加えられた条件を考えたりすることで由美子さんと出会えるかを予想させた。しかし、グラフから出会ったことはわかるが、何時何分にどの地点で出会ったかはグラフからは読み取ることができないため、グラフには表現上の長所と短所があることを指導し、課題を解決するためには、グラフから表や式を相互に関連付けて考察し、表現することで課題が解決できる場面設定を行った。また、定着の場面では、問題文の数値を色々に変えることで、連立方程式の解が、整数値にならない場合もあることを踏まえ、表を利用した考え方は、課題の解決が困難な場合もあるということを知り、場面に応じた式の有用性を実感することで、「数学を学ぶことのよさ」を伝えられると考える。

4 その他（板書計画やワークシートなど）

<板書計画>



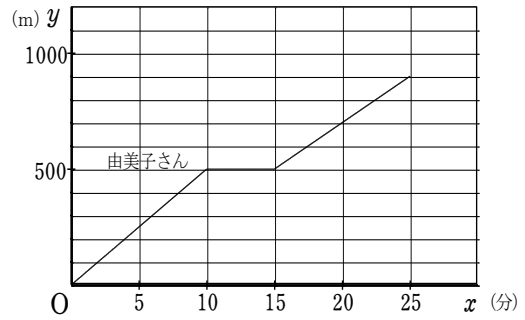
<ワークシート1 問題用紙>

雄太さんと由美子さんは、お互いの家から900m離れた映画館でデートをすることになりました。デート前日、お互いの家を9:00に出発し、2人の家から等しい距離にある公園で9:10に待ち合わせをしてから一緒に映画館に向かうことにしました。

しかし、デート当日、雄太さんは寝坊してしまったため9:00に家を出ることはできず、雄太さんは9:10に家を出ました。由美子さんは、雄太さんがいつものように寝坊したと思い、5分経っても雄太さんが来なければ、先に出発して映画館で待っていようと思いました。

雄太さんは、由美子さんが映画館に着く前に、追いつくことはできるでしょうか。

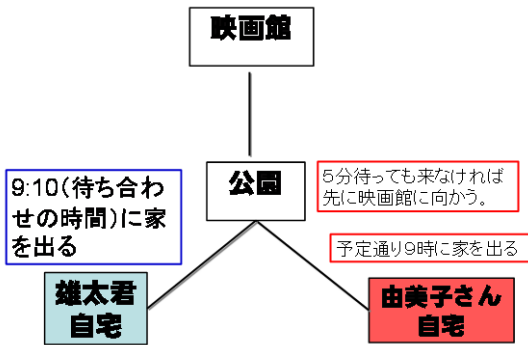
<ワークシート2 予想用>



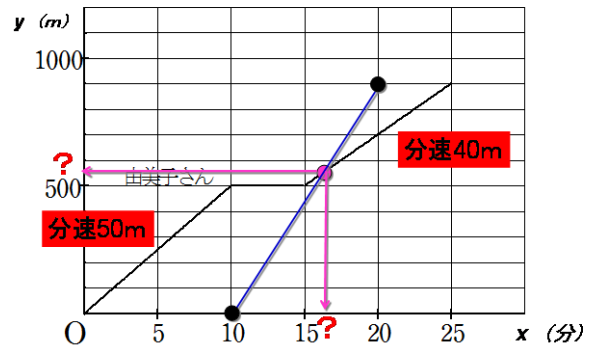
雄太さんは9:10に家を出て、分速90mの速さで移動している。

<補助板書 パワーポイント>

①

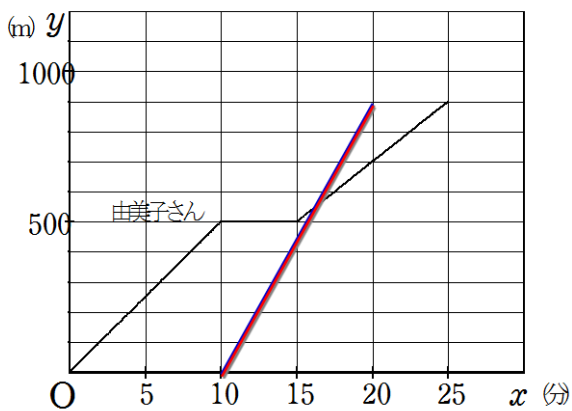


②

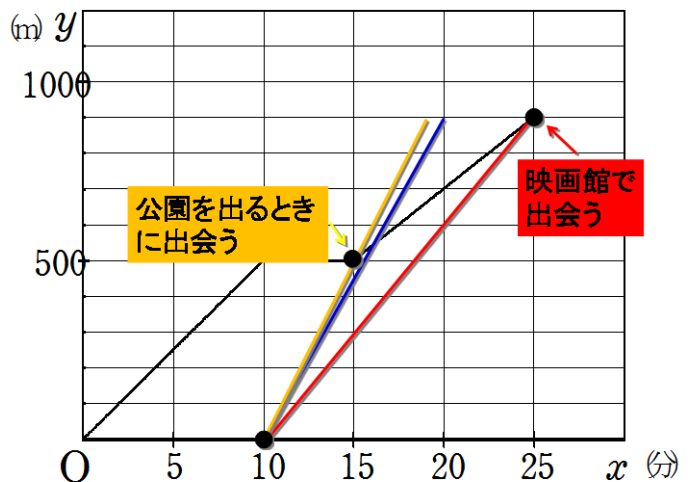


雄太さんは9:10に家を出て、分速90mの速さで移動している。

③

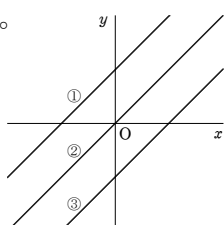


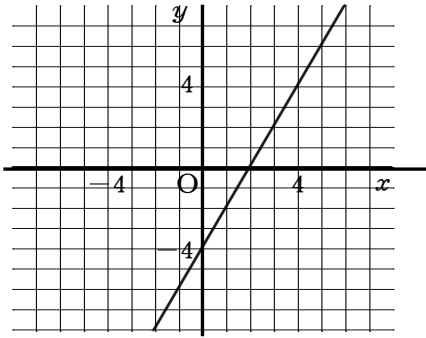
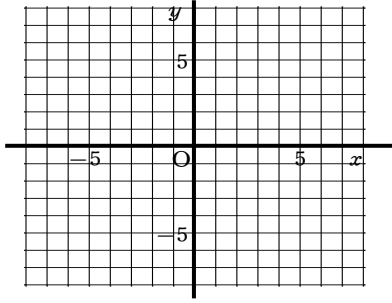
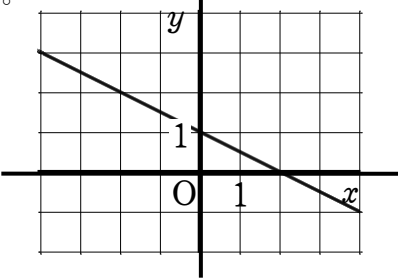
④

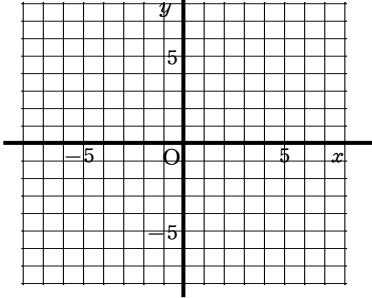
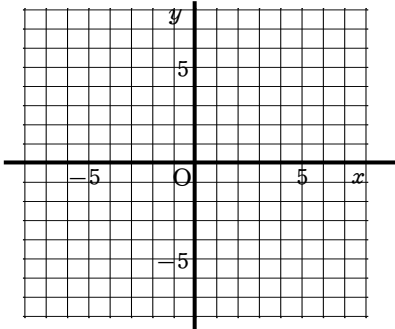
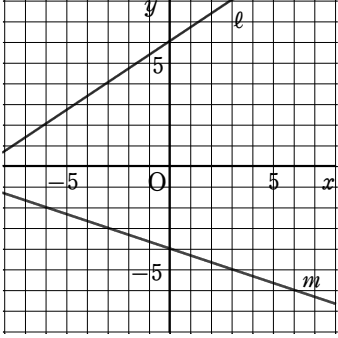


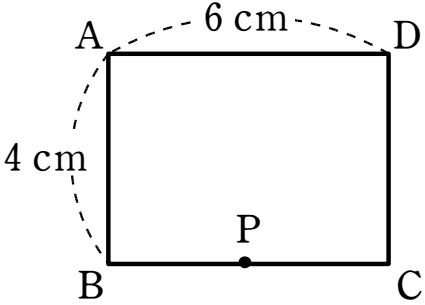
※単元の指導計画と評価規準

[全 17 時間扱い]

時	本時の目標	主な学習活動 (主問題・学習課題)	評価規準																																
			おおむね満足できる																																
1	具体的な事象の考察を基に,比例との比較を通して,1次関数の意味や特徴を理解する。	<p>2つの水槽がある。この水槽に一定の割合で水を入れたとき,時間を x 分,深さを y cm とすると,次のような表ができた。表を見比べて,共通する点と異なる点を見つけよう。</p> <p>(表1)</p> <table border="1"> <tr> <td>x(分)</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>y(cm)</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>8</td> <td>10</td> <td>...</td> </tr> </table> <p>(表2)</p> <table border="1"> <tr> <td>x(分)</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>y(cm)</td> <td>5</td> <td>7</td> <td>9</td> <td>11</td> <td>13</td> <td>15</td> <td>...</td> </tr> </table>	x (分)	0	1	2	3	4	5	...	y (cm)	0	2	4	6	8	10	...	x (分)	0	1	2	3	4	5	...	y (cm)	5	7	9	11	13	15	...	<p>【関心・意欲・態度】</p> <p>比例との比較を通して,1次関数の特徴を見つけようとしている。</p> <p>【知識・理解】</p> <p>1次関数の意味や特徴を理解することができる。</p>
x (分)	0	1	2	3	4	5	...																												
y (cm)	0	2	4	6	8	10	...																												
x (分)	0	1	2	3	4	5	...																												
y (cm)	5	7	9	11	13	15	...																												
2	具体的な事象を基に, y は x の1次関数といえるかどうかを判断することができる。	<p>長さ 16cm の線香がある。火をつけてから x 分後の線香の長さを y cm とし,対応する x と y の関係を調べたところ,下の表のようになった。</p> <p>このとき,y は x の1次関数といえるか。</p> <table border="1"> <tr> <td>x(分)</td> <td>0</td> <td>4</td> <td>8</td> <td>12</td> <td>16</td> <td>20</td> <td>24</td> <td>28</td> <td>32</td> </tr> <tr> <td>y(cm)</td> <td>16</td> <td>14</td> <td>12</td> <td>10</td> <td>8</td> <td>6</td> <td>4</td> <td>2</td> <td>0</td> </tr> </table>	x (分)	0	4	8	12	16	20	24	28	32	y (cm)	16	14	12	10	8	6	4	2	0	<p>【知識・理解】</p> <p>$y = ax + b$ の形になっているか判断することができる。</p>												
x (分)	0	4	8	12	16	20	24	28	32																										
y (cm)	16	14	12	10	8	6	4	2	0																										
3	1次関数のグラフと比例のグラフの関係を理解することができる。	<p>次の図の①から③のグラフの式を,次の(ア)から(ウ)から選びなさい。</p> <p>(ア) $y = x - 3$</p> <p>(イ) $y = x$</p> <p>(ウ) $y = x + 3$</p> 	<p>【知識・理解】</p> <p>1次関数のグラフと比例のグラフの関係を理解することができる。</p>																																
4	変化の割合の意味について理解することができる。	<p>1次関数 $y = 3x - 4$ について,下の表を完成させ,xの値が1増加すると,yの値はどれだけ増加するか求めなさい。</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>-4</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	y										<p>【知識・理解】</p> <p>変化の割合について理解することができる。</p>												
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4																										
y																																			

5	1次関数の変化の割合がグラフでは何を表しているかを理解することができる。	<p>次の図は1次関数のグラフである。傾きと切片を答えなさい。</p> 	<p>【知識・理解】 傾きと変化の割合の関係を理解することができる。</p>
6	1次関数のグラフを書くことができる。	<p>1次関数 $y = \frac{3}{4}x - 3$ のグラフを書きなさい。</p> 	<p>【技能】 傾きや切片の値に着目して、1次関数のグラフをかくことができる。</p>
7	1次関数の式を求めることができる。	<p>次の図の直線をグラフとする1次関数の式を求めなさい。</p>  <p>点(2,0)を通り、傾きが4の直線の式を求めなさい。</p>	<p>【技能】 与えられた条件から1次関数の式を求めることができる。</p>
8	2点を通る1次関数の式を求めることができる。	<p>2点(1,-2), (5,6)を通る直線の式を求めなさい。</p>	<p>【技能】 与えられた2点の条件から1次関数の式を求めることができる。</p>
9		基本の問題	

10	2元1次方程式のグラフを書くことができる。	方程式 $x + 2y = 8$ のグラフをかきなさい。 	【技能】 $ax + by + c = 0$ を $y = mx + n$ の形に変形し、グラフをかくことができる。																
11	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = c$ や $x = k, y = k$ のグラフをかくことができる。	方程式 $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1, x = -5, y = 3$ のグラフを書きなさい。 	【技能】 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = c$ や $x = k, y = k$ のグラフの特徴を理解してグラフをかくことができる。																
12	2つの2元1次方程式のグラフの交点が、連立方程式の解と一致することがわかり、交点の座標を求めることができる。	2直線 l, m の交点の座標を求めなさい。 	【技能】 1次関数の交点の座標を求めることができる。 【知識・理解】 1次関数の交点の座標は2つの2元1次方程式の解であることを理解することができる。																
13	具体的な事象を1次関数とみなして、身の回りの問題を考察することができる。	水を熱し始めてから x 分後の水温を $y^{\circ}\text{C}$ とすると、5分後までの水温の変化は下の表のようになった。水温が 80°C になるのは、およそ何分後でしょうか。 <table border="1" data-bbox="580 1899 1171 1989"> <tbody> <tr> <td>$x(\text{分})$</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>$y(^{\circ}\text{C})$</td> <td>12.0</td> <td>17.2</td> <td>23.7</td> <td>29.3</td> <td>34.0</td> <td>39.6</td> <td>...</td> </tr> </tbody> </table>	$x(\text{分})$	0	1	2	3	4	5	...	$y(^{\circ}\text{C})$	12.0	17.2	23.7	29.3	34.0	39.6	...	【見方・考え方】 水を熱したときの時間と温度の関係を近似的に1次関数の関係にあるとみて結果を考察することができる。
$x(\text{分})$	0	1	2	3	4	5	...												
$y(^{\circ}\text{C})$	12.0	17.2	23.7	29.3	34.0	39.6	...												

14	<p>具体的な事象を1次関数として捉え、グラフを利用して身の回りの問題を解決することができる。</p>	<p>ある印刷会社には次のようなプランがある。A社とB社ではどちらが得かだろうか。</p> <table border="1" data-bbox="568 246 1209 537"> <tr> <td data-bbox="568 246 657 394">A社</td> <td data-bbox="657 246 1209 394">1枚～500枚までは印刷枚数1枚あたり18円で、500枚を超えた分については1枚あたり14円となる。</td> </tr> <tr> <td data-bbox="568 394 657 537">B社</td> <td data-bbox="657 394 1209 537">印刷枚数1枚あたり10円である。ただし、印刷枚数に関わらず、初期費用として6300円が必要である。</td> </tr> </table>	A社	1枚～500枚までは印刷枚数1枚あたり18円で、500枚を超えた分については1枚あたり14円となる。	B社	印刷枚数1枚あたり10円である。ただし、印刷枚数に関わらず、初期費用として6300円が必要である。	<p>【見方・考え方】 それぞれのプランを1次関数の式で表し、グラフの交点からプランを考察することができる。</p>
A社	1枚～500枚までは印刷枚数1枚あたり18円で、500枚を超えた分については1枚あたり14円となる。						
B社	印刷枚数1枚あたり10円である。ただし、印刷枚数に関わらず、初期費用として6300円が必要である。						
15	<p>1次関数を活用して、具体的な事象を考察することができる。</p>	<p>次の図のような長方形ABCDがある。点Pは点Aを出発して、長方形の辺上を、B、Cを通過して点Dまで動く。点PがAから x cm 動いたときの $\triangle APD$の面積を y cm^2 として、$\triangle APD$の面積の変化の様子を調べなさい。</p> 	<p>【見方・考え方】 長方形の周上を動く点がつくる三角形の面積の変化を考察することができる。</p>				
16	<p>本時の内容</p>						
17	<p>章末問題・単元テスト</p>						