

**第 78 回 北海道算数数学教育研究大会 上川旭川大会 特設授業**  
**B「図形」領域 第 3 学年 数学科学習指導案**  
**授業者 由川 航大 (旭川市立広陵中学校)**

日 時 令和 5 年 10 月 27 日 (金) 13 : 30 ~ 14 : 20  
 授業学級 旭川市立広陵中学校 3 年 2 組 (29 名)

**1 単元名 5 章 相似な図形 (使用教科書 : 教育出版「中学数学 3」)**

**2 単元の目標**

- ・平面図形の相似についての基本的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。
- ・図形の構成要素の関係に着目し、図形の性質について論理的に考察し表現することができる。
- ・相似な図形の性質のよさを実感し粘り強く考え、生活や学習に生かそうとするとともに、問題解決の過程を振り返って評価・改善する態度を養う。

**3 単元の評価規準**

本単元は、学習指導要領における第 3 学年「B 図形」(1)にあたる

(文部科学省, 2017)。

(1) 図形の相似について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 平面図形の相似の意味及び三角形の相似条件について理解すること。

(イ) 基本的な立体の相似の意味及び相似な図形の相似比と面積比や体積比との関係について理解すること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 三角形の相似条件などを基にして図形の基本的な性質を論理的に確かめること。

(イ) 平行線と線分の比についての性質を見だし、それらを確かめること。

(ウ) 相似な図形の性質を具体的な場面で活用すること。

[用語・記号]

∞

上記の内容と学年の目標や内容等を踏まえ、次のように単元の評価規準を設定する。

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①平面図形の相似の意味や三角形の相似条件について理解している。	①三角形の相似条件などを基にして図形の基本的な性質を論理的に確かめることができる。	①相似な図形の性質のよさを実感して粘り強く考えている。
②基本的な立体の相似の意味及び相似な図形の相似比と面積比や体積比との関係について理解している。	②平行線と線分の比についての性質を見だし、それらを確かめることができる。	②図形の相似について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。
③相似の中心、相似の位置の意味について理解している。	③相似な図形の性質を具体的な場面で活用することができる。	③相似な図形の性質を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。

#### 4 単元構想の概要 ～B「図形」領域チーム より～

##### (1) 単元を通して重視する資質・能力

学習指導要領では、「身の回りにあるさまざまなものについて、「形」、「大きさ」、「位置関係」という観点から捉え考察することがよくある。このような立場でものを捉えたものが図形であり、それについて論理的に考察し表現できるようにすることが中学校数学科における指導の大切なねらいの一つである」(文部科学省, 2017, p45)と書かれており、図形領域において論理的に考察し表現する力を育成することが重視されている。

このことを踏まえ、第1学年では、平面図形や空間図形の学習を通して、図形についての豊かな感覚を育み、理解を深めるとともに、論理的に考察する力を養ってきた。さらに、第2学年では、数学的な推論の過程に着目して、図形の合同に基づいて三角形や平行四辺形の基本的な性質を見だし、それらを確かめ説明する活動を通して、論理的に考察し表現する力を高めてきた。

第3学年の本単元では、今まで培ってきた論理的に考察し表現する力をさらに高めていきたい。そこで、本単元を通して重視する資質・能力を次のように設定し、単元構成を行なった。

平面図形や基本的な立体の相似の意味や三角形の相似条件、相似な図形の相似比と面積比や体積比との関係についての理解を土台とした上で、

**図形の構成要素の関係に着目し、図形の性質や計量について論理的に考察し表現する。**

##### (2) 生徒の問いでつなぐ単元構成

生徒が単元を学ぶ理由について、藤原は「その単元の本質には学ぶべき価値があり、その単元の学習で明らかにすべき「問い」が存在するからである」と述べている。(藤原大樹, 2018, p9)そこで、生徒自身が抱く「問い」や「知りたいこと」を、「単元全体の問い」、「次への問い」の2つに設定し、生徒自身の問いを探究できるように単元構成を行なった。このような単元構成を行うことで、次のような生徒の姿を期待している。

- ・ 日常の事象や社会の事象に関心をもち、数学的な見方や考え方を働かせて、生徒自身が「問い」を見いだそうとする。
- ・ 生徒が主体的に「問い」を追究しようとする。

##### ①「単元全体の問い」の設定

本単元の導入は、引きのぼした図形ともとの図形の関係を形や大きさに着目して、考察する場面である。生徒は、小学校で学習した縮図や拡大図、中学校2年生で学習した合同を想起しながら学習を進める。そこで、プラモデルやコピー機など身の回りにある拡大縮小が使われているものを提示し、「長さや大きさなどは拡大縮小とどのように関係しているのか」という問いを生徒との対話から引き出し、単元の問いを次のように設定した。

**相似な図形では、どのような性質が成り立つのか。**

##### ②「次への問い」の設定

「次への問い」の設定方法は、主に次の通りである。

- ・ 授業冒頭に前時の振り返りを行い、本時の学習内容として学びたいことを「問い」として設定する。
- ・ 授業後の振り返りを行い、生徒個々の疑問や知りたいことを「問い」として、授業冒頭に設定する。

##### (3) 図形の計量について

計量の対象として、長さ(1次元)、面積(2次元)、体積(3次元)がある。今まで生徒は、線分の長さや平面図形の角度や面積、立体図形の表面積や体積などの図形の計量を行ってきた。本単元では、相似の活用で図形の計量を扱うため、平面図形から空間図形へと拡張させていく単元構成にした。その意図は、次の通りである。

- ・ 今までの図形領域の学習内容も、2次元から3次元への拡張により構成されている。
- ・ 2次元から3次元へ学習内容を発展的に考えることができる。
- ・ 問題を見通す場面で、相似な図形に着目するという見方や考え方を身につけることができる。

具体的には、20時間目に、直接測ることが困難な2点間の距離(2次元)を求める方法、21時間目(本時)に、直接図ることが困難な立体の高さ(3次元)を求める方法を学習する。このように日常生活でも、様々な場面で計量が用いられており、図形の計量の知識・技能を身につけることは、数学のよさを実感できる機会となる。特に、相似比と相似な図形の面積比や体積比との関係など相似な

図形の計量に関わる間接的な計量は、数学が日常生活にとっても役立つことを実感できるだろう。

間接的な計量については、第2学年の図形領域において、「三角形と四角形」を学習後に陸から海上の船までの距離を題材として取り上げ、図形の合同を活用して距離を求めている。そこでは、2000年以上前に距離を求めたといわれるタレスを紹介し、日常事象を数理化する方法や意味について指導している。本授業でも、タレスが登場するので生徒は1年前の授業を想起するだろう。

代 表 吉 井 収

R4 メンバー

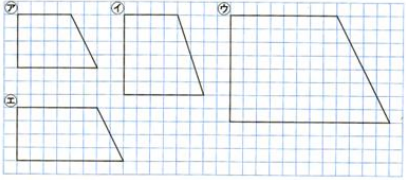
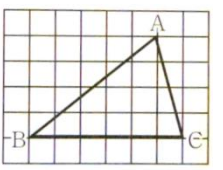
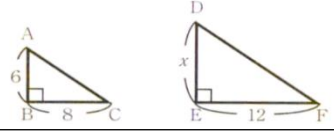
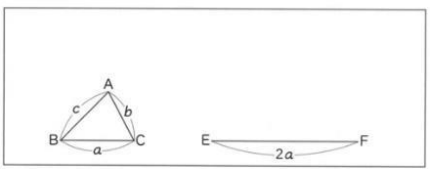
由川航大 佐藤孝俊 岡田貴広 對馬紀一  
山本英貴 小幡俊夫 山崎裕志 小野裕加里  
鷺見 隆 清水郁美 山田麻弥

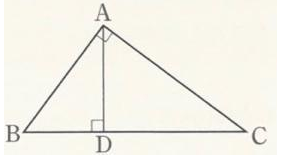
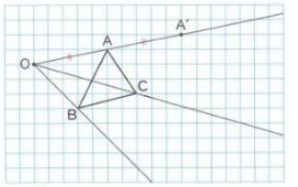
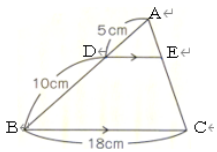
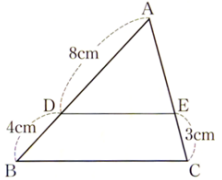
R5 メンバー

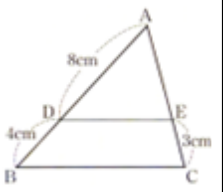
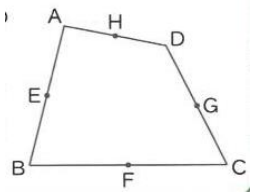
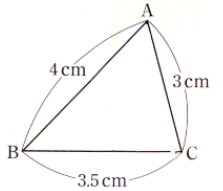
由川航大 木原智人 小野崎貴子 齋藤 健  
滝本和好 對馬紀一 中本 厚 畑 啓介  
山崎裕志 前田佳希 中佐藤一徳 小幡俊夫  
加藤翔太

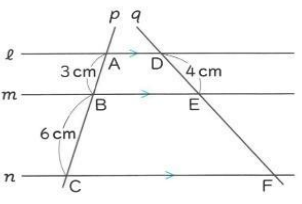
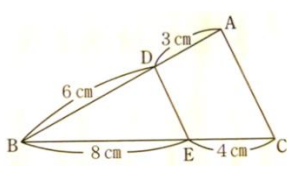
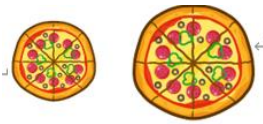
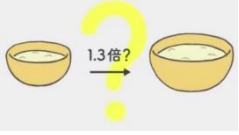
## 5 単元の指導と評価の計画


(1節：第1時～8時， 2節：第9時～17時， 3節：第18時～19時， 4節：第20時～23時)

時間	主な学習活動・問題	重点	記録	備考
1	<p><b>【単元の導入】</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>引きのばした図形ともとの図形の関係を観察する活動を通して，縦方向と横方向に同じ割合で引きのばした図形はもとの図形と形が同じになることを理解する。</li> </ul> <p><b>問題</b> 図形⑦と図形⑧～⑩を比べると，形や大きさはどのように変化しているだろうか。</p>  <p>単元全体の問い 「相似な図形では，どのような性質が成り立つだろうか」</p>	知態	○	知① ノート 態 発言やノート
2	<p>1節 相似な図形</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>相似な図形の観察を通して，対応する線分の長さの比や対応する角の大きさを比較して，それらの関係を見い出して理解することができる。また，合同な図形は，相似比が1：1になる図形であることを理解する。</li> </ul> <p><b>問題</b> <math>\triangle ABC</math>の各辺を3倍に拡大した<math>\triangle DEF</math>をかき，対応する辺の長さや角の大きさの関係を調べよう</p> 	知		知① ノート
3	<p>次への問い 「相似比を使って，辺の長さを求めることができるだろうか」</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>相似な図形の対応する辺の長さを求めることができる。</li> </ul> <p><b>問題</b> <math>\triangle ABC \sim \triangle DEF</math>のとき <math>x</math>の値はいくらだろうか。</p> 	知	○	知① ノート
4 5	<p>次への問い 「2つの三角形が相似となる条件は，合同条件のように調べられないだろうか」</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>2つの三角形が相似になるための条件を見いだす活動を通して，三角形の相似条件を理解できるようにする。</li> </ul> <p><b>問題</b> <math>\triangle ABC</math>と相似比1：2の<math>\triangle DEF</math>をかいてみよう</p> 	知		知① ノート

	<p>次への問い 「相似条件を使って相似を証明しよう」</p>			
6	<p>・2つの三角形が相似であることを、三角形の相似条件を使って説明する活動を通して、2つの三角形が相似であることを証明できるようにする。</p> <p><b>問題</b> 相似な三角形を見つけ、証明しよう</p> 	思	○	思① ノート
7	<p>次への問い 「小学校で学んだ相似な図形の書き方以外の方法で、書くことができないだろうか」</p> <p>・1点を中心とした相似な図形をかき、それが正しいことを確かめる活動を通して、相似の中心、相似の位置の意味を理解できるようにする。</p> <p><b>問題</b> <math>OA' = 2OA</math>となるように、<math>\triangle A'B'C'</math>をかこう</p> 	知	○	知③ ノート
8	<p>小テストと節の振り返り</p> <p>・1節で学習した内容のテストに取り組みこれまでの学習を振り返る。また、学習内容の定着具合を把握し、次の学びに活かす。</p>	知 思 態	○ ○	知① テスト 思①③ テスト 態③ ノート
9 10	<p>2節 平行線と線分の比</p> <p>・平行線によって相似な三角形ができることや線分の比の関係を理解し、比例式を用いて長さを求めることができる。</p> <p><b>問題</b> <math>DE \parallel BC</math>のとき DEの長さは？</p>  <p><b>問題</b> <math>DE \parallel BC</math>のとき、 AEの長さは？</p>  <p>次への問い 「三角形と比の定理の逆は成り立つだろうか」</p>	知		知① ノート

11	<p>・線分が平行になる条件を相似と関連付けて理解し，平行線を見つけることができる。</p> <p><b>問題</b>  <math>AE = 6 \text{ cm}</math> のとき，  <math>DE \parallel BC</math> といえるだろうか。</p> 	知 思		知① ノート 思② ノート
12	<p>・三角形と比の定理の逆の特別な場合を考え，見いだした性質を説明する活動を通して，中点連結定理を証明することができる。</p> <p><b>問題</b> (任意の<math>\triangle ABC</math>をかく)  <math>AB</math>と<math>AC</math>の中点を<math>D</math>，<math>E</math>とし，その2点を結ぶ。  <math>DE</math>と<math>BC</math>の関係はどんなことがいえるだろうか。  (1) <math>DE = \frac{1}{2} BC</math>    (2) <math>DE \parallel BC</math>  いつでもいえるだろうか。</p> <p>次への問い  「三角形と比の定理を利用して，新しい図形の性質を見いだせないだろうか」</p>			思① ノート
13	<p>・四角形の4つの辺の中点をとり，中点を結んだ線分で囲まれた四角形の性質を見いだす活動を通して，図形の性質を証明することができる。</p> <p><b>問題</b>  四角形<math>ABCD</math>の辺<math>AB</math>，<math>BC</math>，<math>CD</math>，<math>DA</math>の中点をそれぞれ<math>E</math>，<math>F</math>，<math>G</math>，<math>H</math>とする。このとき，四角形<math>EFGH</math>はどんな四角形になるでしょうか。</p> 	思		思① ノート
14	<p>次への問い  「ほかにも図形の性質を見いだせないだろうか」</p> <p>・三角形の角の二等分線の性質を見だし伝え合う活動を通して，三角形の角の二等分線の性質を証明することができる。</p> <p><b>問題</b>  <math>\angle A</math>の二等分線は線分<math>BC</math>をどのような比で分けるだろうか。</p> 	思 態		思③ ノート 態①② 行動観察

15	<p>・平行線と線分の比の定理を使って、線分の長さを求めることができる</p> <p><b>問題</b> E F の長さを求めよう。</p> 	思		思③ ノート
16 17	<p>3 節 相似な図形の面積比と体積比</p> <p>・相似な三角形の相似比と面積比を調べる活動を通して、相似比と面積比の関係を理解し、相似な図形の面積を相似比を使って求めることができる。</p> <p><b>問題</b> △DBE と 四角形 ADEC で面積が大きいのはどちらだろう？</p>  <p><b>問題</b></p>  <p>M : 直径 25 cm    2000 円 L : 直径 36 cm    3000 円 どちらのピザがお得？</p> <p>次への問い 「平面図形から立体に変えると、どんなことがいえるだろうか」</p>	知		知② ノート
18	<p>・立体について、平面図形と同じように相似を考え、相似比と表面積の比、体積の比を調べる活動を通して、立体の相似比、表面積の比、体積の比の関係を理解し、相似な立体の表面積や体積を相似比を使って求めることができる。</p> <p><b>問題</b> 大きさが違う 2 つのおわんがある。 兄「大きいおわんの直径は 小さいおわんの直径の 1.3 倍だから、量も 1.3 倍 本当だろうか。」</p>  <p>次への問い 「他にも、日常生活や社会では、相似な図形の性質をどのように活用することができるだろうか」</p>	知		知② ノート
19	<p>・2, 3 節で学習した内容のテストに取り組みこれまでの学習を振り返る。また、学習内容の定着具合を把握し、次の学びに活かす。</p>	知 思 態	○ ○	知① テスト 思②③ テスト 態③ ノート

20	<p>4節 相似な図形の活用</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>直接測ることが困難な2点間の距離などを求める活動を通して、相似な図形の性質を具体的な場面で活用することができるようにする。</li> </ul> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>問題</b></p> <p>むかしむかし、殿様がいて、目の前にある大きな山を見て、 _____に次のように命じた。 「あの山の端から、真っ直ぐなトンネルを掘るとその長さがどれくらいになるか知りたい」 でも、ここで悩みが・・・ 「山のすぐ下は木が多く生えて、平行に歩くことは困難」 そこで、相似の考えを使って長さを求めようと考えた。</p> </div> 	思		思③ ノート
21 22	<ul style="list-style-type: none"> <li>ピラミッドの高さを求める活動を通して、事象を理想化・単純化し、相似な三角形を見いだすことで、相似な図形の性質を具体的な場面で活用することができる。</li> </ul> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>問題</b></p> <p>タレスはピラミッドの高さをどのように求めたのだろうか。</p> </div>	思		思③ 行動観察
23	<p>単元の振り返り 単元テスト</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>単元で学習した内容のテストに取り組み、学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価できるようにする。ノートに分かったことや疑問、問題の解決に有効であった方法などを記述することを通して、学習の成果を実感できるようにする。</li> </ul>	知 思 態	○ ○ ○	知② テスト 思③ テスト 態①②③ ノート



## 6 本時の目標

ピラミッドの高さを求める活動を通して、事象を理想化・単純化し、相似な三角形を見いだすことで、相似な図形の性質を具体的な場面で活用することができる。

## 7 本時の主張点

(1) 数学的活動の充実

### ① 2時間構成で扱う数学的活動

本授業は、単元後半の活用場面にあたる。3年生後半の受験期では、時数などの効率を意識するあまり、活用場面を軽く扱うことはないだろうか。しかし、学習指導要領に書かれている算数・数学の学習過程において、左側「現実の世界」を含む学習活動を意識した授業を構成した時、1時間で行うにはあまりにも扱う内容が多く、生徒が追究する時間が十分に確保できない。そこで、2時間扱いでじっくりと生徒が取り組むことができるように本授業を構成した。このような数学的活動を通して、生徒自身が数学を学ぶ意義を実感し、学んだ数学を具体的な場面に適用していこうとする力を育成できると考えている。

### ② 日常生活や社会の事象を数学化する力

全国学力学習状況調査では、事象を理想化・単純化することに課題が見られる。

(令和5年度全国学力学習状況調査「8

(2) 事象を理想化・単純化することで表された直線のグラフを、事象に即して解釈することができるかどうかをみる」の正答率は 59.0%)。そこで、本時は、事象を数理的に捉え、数学の問題を見いだす活動に重点を置いた。具体的には、ピラミッドの高さを求めるために、事象を数学の舞台にのせて考察する必要があることに気づかせ、ピラミッドなどを理想化・単純化することや相似を活用するために2つの三角形に着目することを生徒同士の協働的な活動により見いだすことである。3年生の後半だからこそ、数学的な見方や考え方を働かせ、今まで獲得してきた知識・技能や思考力・判断力・表現力等を発揮し、生徒同士が協働的に解決する姿を期待している。

### (2) ピラミッドを題材にすることについて

本時では、ピラミッドを題材として扱う。生徒は、ピラミッドの高さを今から約2500年以上も昔に数学者タレスが棒と影のみで高さを求めたことを知り、「どのようにピラミッドの高さを求めたのだろうか」という疑問をもつことができる。

タレスが考えたといわれる方法に目を向けることで、現在の数学的な知識や技法は人類が長い時間をかけて作り出したものであることを実感できると考える。このように、数学史を題材とした授業を通して、生徒は人類の知的文化遺産を学び、1つの文化として数学のよさを感じ、先人の思考を理解することで数学の有用性を実感できると考える。

他にも、1人1台端末の活用場面を設定しており、実際に行くことができないエジプトのピラミッドをGoogle Earthを用いて調べるといった調査活動を取り入れた。生徒は、ピラミッドの大きさを実感したり、想像したりすることで興味・関心を高めることが期待できる。また、これまでの学習内容をTVに提示することで、全生徒に見やすく分かりやすく振り返る場面も設定し、本時の学習につなげられるようにした。

次時は、単元や本時の振り返りを通して、問題解決に活用した考え方を整理することで、日常生活や社会の事象を、数学を用いて問題を解決することができるすばらしさを実感させたり、タレスなど数学史の偉大さなどにも焦点をあてたりしたい。

### (3) 協働的な学び

3年2組の生徒は、教師の問いかけに対して積極的に発言する生徒が多く、主体的に学習に取り組んだり、多様なアイデアを創り出したりする場面が見られる。一方で、粘り強く数学に取り組んではいないが、基礎・基本の学習内容が未定着である生徒や自分の考えに自信がなく、説明を一方的に聞いている受け身の生徒もいる。

そこで、全生徒が目標を達成することを目指し、授業に向かえるようにするために、隣同士の2人の学び合いを1学年から取り入れている。隣同士の学び合いを通して、次のような生徒の変容が見られた。



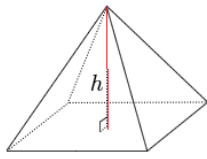
- ・話す相手が明確になり、授業に主体的に参加できた。
- ・既習事項の振り返りを行い、学習内容の確認をすることができた。
- ・自分の考えを相手と交流することで、深めたり、広げたりすることができた。

本時は、集団解決の場面で4人程度の班による班活動を取り入れることにした。その意図としては、次の3つである。

- 主体的に授業に参加し、自己調整力を高めることができる。
- 自分の考えをわかりやすく相手に伝え、相手の考えを傾聴することにより、自他の考えを深めることができる。
- 交流を通して、新しい考えを創り出すことができる可能性がある。

今回のような活用問題の際には、小グループでの協働的な学びによって学びの効果が高まると考える。つまり生徒に、主体性をもって生き抜いていく力、新たな価値を見いだしていく力、自他を認め合いながら他者と協力して問題を解決する力などを身につけさせたい。このようなことから、グループによる集団解決の場面を本時では設定することにした。

## 8 本時の展開（2時間扱い）

教師の働きかけ■ 主な発問● 生徒の学習活動□ 予想される反応○	留意点（・） 評価（☆）
<p><b>1. 問題に出会う</b></p> <p>□前時の振り返りを行う。 ○直接測ることができない距離を、縮図を書いて求めた。 □ピラミッドについて興味をもち、その大きさについて調べる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>&lt;予想される対話&gt;</p> <p>T 約 2500 年前のエジプト。当時の王が目前にある『あの巨大なクフ王のピラミッドの高さを求めよ』と言いました。</p> <p>T クフ王のピラミッドの高さはどれくらいだと思いますか？</p> <p>T ちなみに、広陵中学校で 20 m 位です。 修学旅行で行った函館五稜郭タワーで 100 m 位です。</p> <p>S 五稜郭タワーよりは高いです。いや、高くないです。</p> <p>T 実際にエジプトに行けないし見られないけど、どう調べる？</p> <p>S タブレットで調べる。Google Earth を使う。</p> <p>T Google Earth でクフ王のピラミッドに行ってみましょう。</p> <p>S ※「クフ ピラミッド」で検索し見上げた時の様子を調べる</p> <p>T 一度、TV でピラミッドがどれくらい大きいか確認します。 ※TV に Google Earth（画像①）を表示し、ピラミッドの周りに映っている人と大きさを比較させる。</p> </div> <p>□問題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>&lt;予想される対話&gt;</p> <p>T ピラミッドの高さを求めた人がいます。この人は誰でしょうか？（画像②を提示）</p> <p>S タレスです。</p> <p>T 正解です。タレスといえど何をした人が覚えていますか？</p> <p>S 陸から海上の船までの距離を求めた人です。</p> <p>T ちなみに、どんな考え方で解決したか覚えていますか？</p> <p>S 合同な三角形をつくりました。理想化・単純化しました。棒を使いました。</p> <p>T そうでしたね。そのタレスは約 2500 年前にピラミッドの高さも求めました。では、どうやって？</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>&lt;問題&gt;</p> <p>タレスはピラミッドの高さをどのように求めたのだろうか</p> </div>	<p>留意点（・） 評価（☆）</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・適宜、ペア活動を取り入れ、自分の考えを整理したり級友と比較したり、協力して解決しようとしたりすることを大切にしたい。</li> <li>・班活動は 4 人程度で行う</li> </ul> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  <p>画像①Google Earth で提示するイメージ</p> </div> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  <p>画像②</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ピラミッドの高さを大昔に求めた人がいることを知り、その求め方を考える活動に発展させていきたい。</li> <li>・タレスを最初に紹介した時は 2 年生で、「陸から海上の船までの距離を求めた人」として課題学習で学んでいる。</li> <li>・タレスは棒を使って解決したことを確認する。</li> </ul>
<p><b>2. 課題設定</b></p> <p>□ピラミッドの形や高さを確認し、タレスの求め方を考える。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>&lt;予想される対話&gt;</p> <p>T ピラミッドはどんな形でしたか？</p> <p>S 三角形。四角錐。三角錐。 (Google Earth でピラミッドを上空から見た図を TV に提示)</p> <p>S 底面の形が正方形なので。正四角錐です。</p> <p>T 正四角錐の見取図をかきました。高さを表す部分はどこですか？ (生徒を指名し、黒板に高さの位置を書いてもらう)</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・教師が正四角錐の見取図をかき、生徒と高さの位置を確認する。</li> </ul> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  <p>見取図</p> </div>

■課題を設定する。

〈予想される対話〉

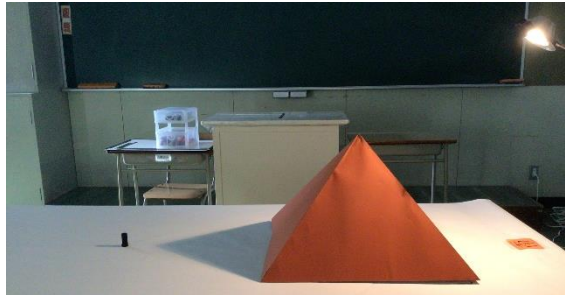
- T タレスはどのようにピラミッドの高さを求めたのだろうか？  
 S 斜面を登って段数を調べた。棒を使った。相似を使った。  
 小さいピラミッドをつくった。縮図で考えた。  
 1つの石の高さを測り、石段の数を数えて何倍かした。  
 T タレスは、相似の考えを使ったと言われています。  
 T 相似の考えを使うには、どうしたらよいのでしょうか？  
 S 相似な三角形を見つけるとよいです。

〈課題〉

高さを求めるために、相似な2つの三角形を見つけよう

- エジプトに行くことは不可能であることを確認し、1/500のピラミッドの模型と太陽の代わりに照明を提示する。  
生徒は、模型と影が見やすい位置に移動する。  
影ができていることからタレスは影を使ったことに気が付く。  
 ■模型からわかる情報や条件を確認する。

- タレスが相似な三角形を見いだした（真横から模型を見た）視点を知らせる。



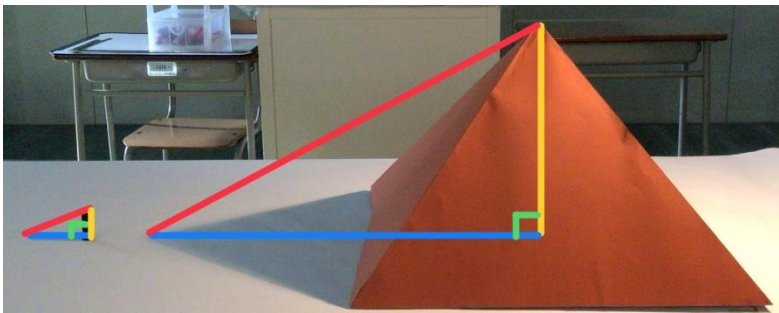
〈条件〉

- ・ピラミッドは正四角錐とする
- ・太陽は真南にあるとする
- ・タレスは真横から見た
- ・晴れとする
- ・棒を使った
- ・1/500

- タレスが求めることができる部分を全体で確認する。  
 （さしがねを立てて高さを測ったり、斜面は測ったりすることはできないなど）  
ホワイトボード等、班ごと取りにくる。

3. 個人・集団思考

- まずは真横から模型を見て、相似な2つの三角形を見つける。  
班のホワイトボードを黒板に貼り、途中までの考えを交流する。棒とその影から三角形を見つけることを全体で共有する。  
高さを求めるために必要な長さを、模型から測る。  
相似な2つの三角形がピラミッドの高さを含む三角形である必要があることを共有する。



- ・予想で出た考え方を板書する。必要に応じ、当時のピラミッドの情報などを伝える。



画像③ ピラミッドは当時化粧板で覆われていた

- ・相似や棒の考えが出なかった場合、2年時で、タレスは合同な三角形をつくったことを思い出させることで、相似な三角形をつくることを引き出したい。

〈模型の設定〉

- ・教室の中央に照明は事前に置いておく。ピラミッドと棒は後で置く。ピラミッドの4側面が東西南北に向きで、照明器具は真南からずらさない。

- ☆相似の関係にある三角形を見だし、相似を利用して考察することができる。  
 （思：行動観察）

- ・さしがねを準備しておき、影や1辺の長さを測れるようにしておく。
- ・ピラミッドとその影の比はタレスの考え方に合わせ、約1：2の設定とした。
- ・この模型では、照明の位置が近いいため、棒を置く位置

<模型で調べられること>

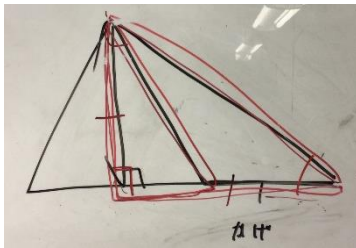
- ・ピラミッドの下段の長さ⇒1辺約48cm
- ・ピラミッドの影の長さ⇒約32cm
- ・棒(ペン)の長さ⇒約3.5cm
- ・棒(ペン)の影の長さ⇒約7.5cm
- (側面の三角形の角度⇒側面の三角形の底角60°)

<模型で調べられないこと>※タレスができないこと

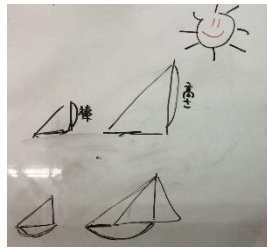
- ・さしがねを立てて、ピラミッドの高さを測る

□調べたこと、図、計算をホワイトボードに記入する。

■考察や班活動のようすを把握し、全体で確認が必要なものは、その班の考えを取り上げ、広げたり修正したりする。



プレ授業で出た考え①



プレ授業で出た考え②

□見つけた2つの三角形が、本当に相似といえるかどうかの理由を考える。

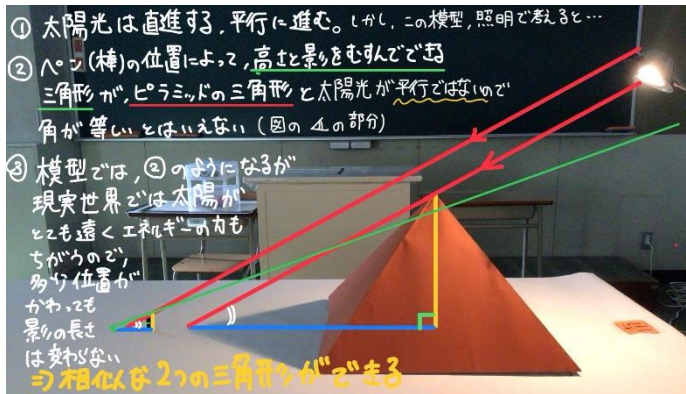
(本時はここまで)

#### 4. 各班の考え方を交流し、問題を解決する

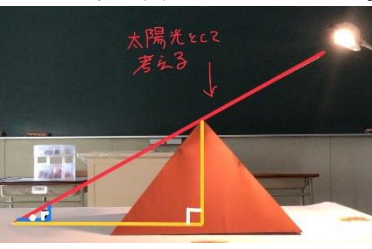
■前時の班の考えを、全体で交流させる。(ホワイトボード等)

□考えた図の2つの三角形が相似といえることを説明する。

※赤線のように、「この模型でも太陽光が平行に直進する」と仮定すると、相似であることは証明することもでき、ピラミッドの高さに誤差は生じるが、およその高さを求めることは可能である。



※以下の位置に棒を置くと、2つの三角形が相似ということができ相似比は約1:2になるので、ほぼ正確な高さも求められる。



によっては、棒とその影の長さの比が1:2にならない。

・班の様子を見て、模型を横から見た図のプリントを配り、班の活動を促す。

・班の考えを大きく修正する場合、ホワイトボードを写真で撮って記録に残しておく。

・考え①は、ピラミッドの高さをふくむ三角形をつくることができた。考え②相似な2つの三角形をつくることができた。

・影と頂点を結ぶ線分は何とみなし、模型では何を表しているのだろうか確認する。

・棒(ペン)は影の長さが約7.5cmの位置に置いたとき、高さxと影の比はピラミッドの高さxを求めると、  
 $7.5 : 3.5 = 56 : x$   
 $x \approx 13000$  (約130m)となる。

・「三平方の定理」を学習する際に、改めてピラミッドの高さを求める学習を取り入れることで、三平方の定理のよさがより深まると考える。

・高さだけでいうと、札幌テレビ塔の高さが147.2mであり、動画等を提示して頂上からの眺めをイメージさせてもよい。

- 実測した模型の長さをもとに、ピラミッドの高さを求める。
- ピラミッドの高さは現在 138.74m, 当時は 146.59mであることを伝える。
- 求めた高さが妥当かどうかを検証し, 間違っていた場合は過程の修正を通して, 考えを深める。
- タレスがどのように考えたのか, 動画を視聴して確認する。

【証明】

- ①棒は地面と垂直に立っているとする
- ②太陽光は平行に直進すると考えると  
高さの頂点と影を結んでできる角は同位角で等しい
- ③よって, 2組の角がそれぞれ等しいので相似になる
- ④相似比は, 棒の高さ : 棒の影 = 3.5 : 7 = 1 : 2
- ⑤ピラミッドの影は 56 cm なので, ピラミッドの模型の高さは 28 cm
- ⑥よって, 500 倍すると, ピラミッドの高さは約 140m

画像④  
(動画の一部)

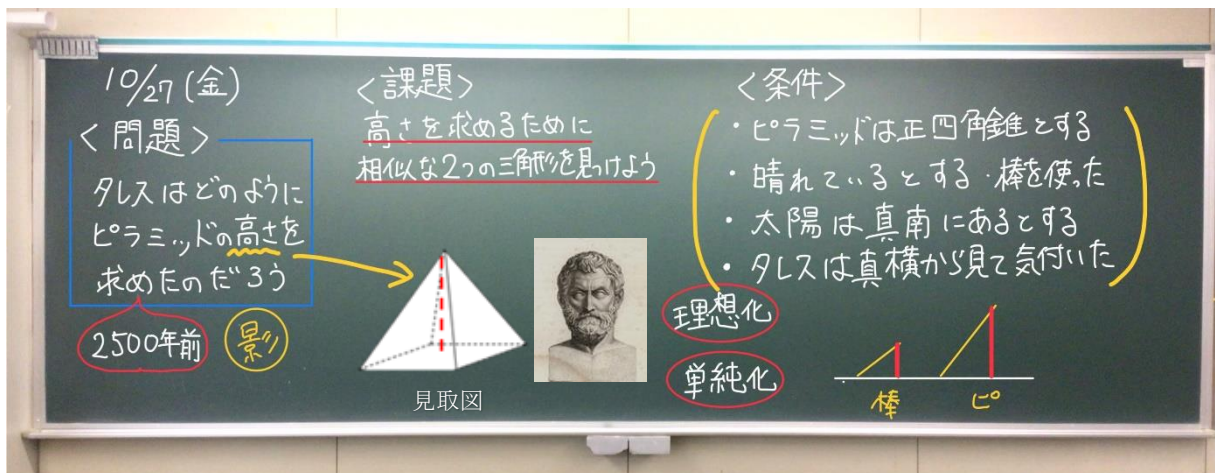


5. 本時の振り返り

- 単元や本時の振り返りをノートに記述させ, 交流させる。
- 視点: 数学化の過程を振り返る。相似な図形を見つけ方等
- 相似な三角形をつくり, 相似比を活用して長さを求められる。
- 直接長さを測ることが難しいものでも, 相似を使えばその長さを求められる。
- 約 2500 年以上も昔の人も, 相似の考えを活用していて驚いた。
- 自分で三角形をつくるのが難しかった。
- タレスは棒と影だけを使って求めて, すごい人だと思った。
- 数学化することで, 問題を解決することができた。
- 相似を使って, ピラミッド以外にも高さを求めたい。
- タレスは他にどんなことをしたのかももっと知りたい。
- 班で協力して解決する活動が楽しかった。

- ・ペア交流と全体発表を行い, 他者との交流を通して, 自分の考えを整理したり, 広げたりしたい。

9 板書計画



【準備】

- ・iPad
- ・ピラミッドの模型
- ・TV
- ・ホワイトボード
- ・マーカー
- ・さしがね
- ・棒とみなしたペン
- ・照明器具
- ・模型を置く白紙

### [参考・引用文献]

- ・文部科学省(2018).「中学校学習指導要領解説 数学編」. 日本文教出版
- ・国立教育精査研究所教育課程研究センター(2021).「『指導と評価の一体化』のための学習評価に関する参考資料」. 東洋館出版社
- ・相馬一彦 他(2022).「単元指導計画&略案でつくる 中学校数学科『問題解決の授業』第3学年」. 明治図書
- ・相馬一彦, 谷地元直樹 編著(2022).「新観点对応! 中学校数学科「問題解決の授業」のテスト問題&学習評価アイデアブック」. 明治図書
- ・藤原大樹 他(2022).「板書で見る全単元・全時間のすべて 数学 中学校3年」. 東洋館出版社
- ・永田純一郎(2020).「365日の全授業 中学校数学 3年下」. 明治図書
- ・久保良宏(2012).「数学科の指導計画作成と授業づくり」. 明治図書
- ・仲田紀夫(1987).「ピラミッドで数学しよう」. 黎明書房
- ・上垣渉(2006).「数学大好きにする“オモシロ数学史”の授業30」. 明治図書
- ・松野陽一郎(2021).「算数・数学で何ができるの?」. 東京書籍
- ・大日本図書(2021). 数学の世界3
- ・教育出版(2021). 中学数学3
- ・学校図書(2021). 中学校数学3

(本時で扱う画像・動画)

- ・画像①③: Google社「Google マップ, Google Earth」 <https://www.google.com/maps>
- ・画像②: ターキッシュエア&トラベル <https://turkish.jp/turkish-antiquity/thales/>
- ・画像④: 【中3数学】タレスとピラミッド(スタディチャンネル) <https://youtu.be/8Jy0lt9z0Bg>

## 10 問題の変遷

### (1) 第1次案 20220923～20221108 オンライン協議, 対面協議等

#### <問題>

エジプト王が神官を従えてピラミッドを見に行った。「あのピラミッドの高さはどれくらいだ?」と言いました。ところが、神官たちが誰1人答えられなかった。理由は、斜面になっているから高さは測れないと言う。すると、タレスが前に出てきて、「ピラミッドのそばに棒を立てて、そのときにできた影をみて」ピラミッドの高さを測ったという。

ピラミッドの高さを求める方法を考えてみよう。



- ・上記の図については、問題提示後に生徒との対話を通して、教師主導で完成させる。
- ・1時間扱いの授業として、証明を生徒の主たる学習活動として考えた。

### (2) 第2次案 20221220 対面協議

#### <問題>の変更

タレスは、ある晴れた日にピラミッドの高さが求められることに気付いた。タレスが考えた方法で、ピラミッドの高さを求めてみよう。

- ・教師が問題の図を完成させることで、生徒が問題発見をする過程が失われてしまう。
- ・日常生活や社会の事象を考察し、相似などの数学を使って問題解決をすることができることのよさを実感できたり、数学史に触れることで数学の偉大さを実感できたりするような授業にしたい。
- ・本時の目標を達成する上で、相似であることを証明する活動よりも、問題発見やその解決の過程を重視する必要がある。
- ・生徒が問題発見や解決ができるように、ピラミッドの画像を用いて、高さを求めるための図などはグループで考える活動にする。
- ・生徒が事象を数学化する活動を重視するため、授業を2時間扱いに変更する。その1時間目を公開し、2時間目は相似であることの授業の振り返りの時間とする。
- ・数学的モデル化の過程を生徒が考える方法として、理解している必要がある。

### (3) 第3次案 20221227 対面協議

#### <問題>の変更

タレスはどのようにしてピラミッドの高さを求めたのだろうか。

- ・タレスの考えを予想して問題を解く活動を重視することとする。
- ・導入に函館山の話を取り入れるなど、生徒が実際に見たことがあって直接測ることが困難な身の回りのものに着目させ、ピラミッドの高さを求める文脈の工夫を考えてはどうか。
- ・下の画像を用いて、影や人に着目してピラミッドの高さを求められるようにした。
- ・2時間目に、タレスが考えた方法を知らせ、相似であることの証明と求めた高さの検証、修正を行う。





(4) 第4次案 20230223 早川先生, 吉井先生の授業実践等

- ・生徒が事象を数学化する活動を再考し,  $1/500$  のピラミッドの模型と太陽に見立てた照明などを教室に設置することにする。
- ・模型を用いることで, 必要な情報を自ら集め, 必要感をもって長さなどを測定する活動ができると考えた。
- ・照明を動かすと影の長さが変わってしまうので, 太陽の位置を固定する必要があるなど, 模型における状況設定が多くあることがわかった。
- ・2年生時に, 「陸から海上の船までの距離を求めた人」であるタレスを題材として取り上げ, 合同を活用して距離を求めることができたことや日常事象を数学化する方法や意味について指導することにした。

(5) 第5次案 20230320~20230517 オンライン学習会 (講師: 久保良宏先生) 等

- ・身近にある高い建物との比較にすることで, ピラミッドの高さを求める必要感をもたせる。「ピラミッドと旭川市で一番高い建物を比較する」という問題提示にする。
- ・しかし, 生徒はピラミッドも旭川市で一番高い建物も見ることがないので, 大きさをイメージすることが難しいため, 他の工夫が必要である。
- ・また「ピラミッドの高さを求める」必要感がうまれるような導入も大切ではあるが, 導入だけで時間がかかり過ぎてしまい, 生徒がグループで考察する時間が少なくなってしまう。
- ・3学年の各単元で, 単元の導入時や教科書の「数学の広場」にある数学史に関わる数学の記号などを取り上げる。また, 各単元の活用問題では, 最初の問題提示から事象を数学化せず, できる限り生徒とともに理想化・単純化を行う。

(6) 第6次案 20230727 対面協議

<問題>の変更

タレスはピラミッドの高さをどのように求めたのだろうか

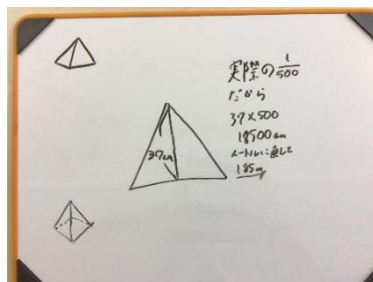
- ・グループの活動時間をより確保するために, 本時の導入で旭川で一番高い建物との比較を扱わないこととする。
  - ・「今から約2500年前のエジプト。当時のエジプトの王が言いました。目の前にあるあの巨大なピラミッドの高さを求めよ」とすぐに問題を提示し, ピラミッドの高さを, 大昔に数学を用いて求めた人がいることを知り, その求め方を考える活動に発展させていく。
  - ・できる限りグループの活動時間を確保するために, タレスが棒(模型ではペン)を用いたことを最初から提示することにはどうか。
- ⇒最初から棒を置かず, 生徒から棒やペンを立てて三角形をつくる考えを引き出したい。
- ・タレスの立場になって問題を解決する流れとするが, あくまでも自分たちが模型の考察から相似を見いだす活動を大切に, 次時で自分たちの考えとタレスの考えを比較する。

(7) 第7次案 20230803 指導案検討会

- ・Google Earthを活用し, ピラミッドの大きさや高さの位置などを確認することで, 直接測ることが困難であることを実感させたい。
- ・「直接測ることが困難な2地点間の距離を相似を活用して求めることができる」授業を事前に経験することで, 本時のピラミッドと人の影の問題を見て, 「同じように, 相似を使えるのではないか」という見通しがもてるようにする。
- ・棒(ペン)を提示するタイミングは, 生徒が模型の考察をしている中で, 操作している生徒がいれば, その考えを全体で共有を図り, 相似な三角形を見いだす思考につなげたい。
- ・本単元では, 相似比と面積比, 相似比と体積比の授業においても, 事象を数学化する活動を取り入れる。

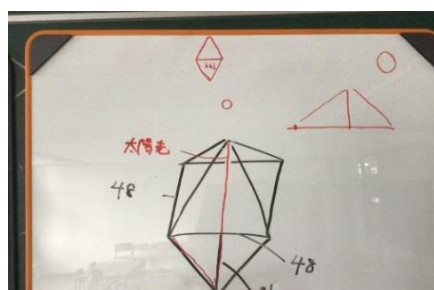
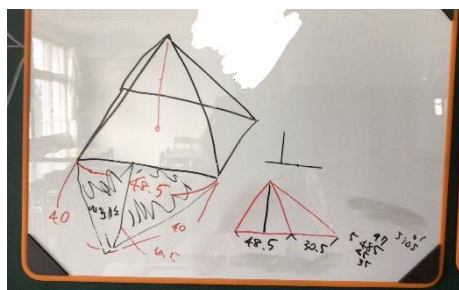
(8) プレ授業第1回目 20231006 広陵中学校3年1組

- ・ピラミッドの模型のみ提示し、棒や何か他の物を立てる発想を生徒に委ねたが、最後まででなかったのも、生徒から引き出すことは難しいのではないかと思う。
- ・生徒の発言をもとに課題を「相似を使って～」としたが、曖昧さがあって生徒の考えがまとまらなかった。個人、集団思考でも相似な三角形を見いだすことができなかった。次回は、タレスに見立てた人形をこちらから提示し、相似な三角形がある状態にしておく。
- ・ピラミッドの影の三角形の高さが、ピラミッドの高さと等しくなると考える班が多く、修正するタイミングが遅くなってしまった。



(9) プレ授業第2回目 20231016 広陵中学校3年3組

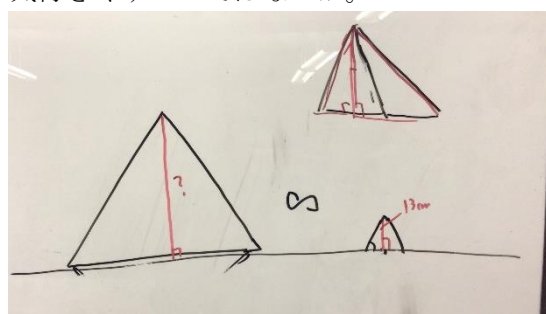
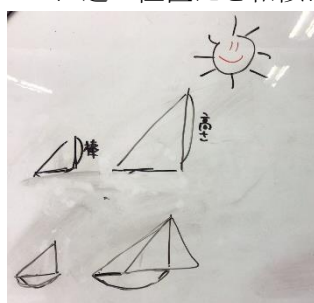
- ・「何のために」「何を伝え」「何に気付かせ」「何を考える」か今一度明確にする。
- ・プレ授業1回目と同じように、相似な三角形を2つ見つけることができていなかった。体積や面積に考えが流れてしまったので、修正が必要だった。
- ・「相似な2つの三角形を見つけた」タレスの視点はこちらから提示し、最初から生徒にその視点から考察させてはどうか。やはり、何も無いところから、相似な2つの三角形をつくることは難しい。
- ・本時のゴールを明確にする。「相似な2つ三角形を見いだす」ところまでは目指したい。
- ・タレスに見立てた人形ではなく、棒の方がイメージしやすいのではないか。



(10) プレ授業第3回目 20231020 広陵中学校3年4組

- ・タレスが気付いた視点(真横)を与えることで、生徒が三角形を見つけ、棒とその影にも着目することができていた。
- ・模型上でタレスができることとできないことをしっかりと確認する。
- ・班活動後、最初の途中発表はホワイトボードを黒板に貼って全員で共有する。
- ・課題は「高さを求めるために、相似な三角形をつくらう」ではないか。
- ・棒を置く位置は、1:2に近い位置だと相似に気づきやすいのではないか。

⇒ピラミッドから離れた位置に置いて、相似な2つの三角形を見つけやすいようにする。



1 1 2時間授業を終えた生徒の振り返り (2クラス分)

下位

10/24 [REDACTED]

# 相似は、無限大

こういうのが、お家のセリヒカ  
今の生活があるんだねとかじゃ！！

じつぎはほかはないものを、相似のついでにどんだけお家でとけるんだ～と思ってる。本当にすごいと思ってる。これは相似が無限大！！

(振り返り)

- ・校外で楽しかった。プレゼンがめっちゃ面白かった。
- ・数学はむしろ必要だなと思えた。
- ・これをいつか分かったな。高さを求めた。(1mの棒とカメラで)
- ・楽しかった。数学で電気がいらしたとて成就感
- ・花がめでたそうだった。いろんなものに活用できそうだから。

最初怖くてみてできなかったなーと思ってたけど、この2日間で相似をつかってピラミッドの高さを無理算出できてよかった。他にも社会にでてくるかなので日常生活でできるだけ数学を使いたいと思った。しりしり楽しかった。中点連結定理までやってみて楽しいと思えたのもよかったから、おもしろいなと思った。

中位

プレゼンも楽しかった。  
・他の人と同じように自分も楽しめた。プレゼンでわかっていたことがおもしろい。自分も楽しめた。また自分も楽しめた。おもしろい。  
・中位のものが楽しかった。

高さを求めるのは、小くして相似を使うことで求めた事が分かった。  
ピラミッドと棒を三角形とみなす事で一気に求めやすくなった。  
太陽の向きが同じでピラミッドと棒は90度だから相似条件が使えると思った。  
高さを求める時は、しりしりの位置とかで太陽はわかるからおもしろいと思った。

今日の授業で習ったことを色々使った。  
グループのみんなと協力して答えまでたどりつくと楽しかった。ピラミッドの高さを2500年前に求めた455は本当にすごいし、どうしてそんなことできるのか不思議に思った。答えまでたどりついて、ピラミッドが142.5mも高さあって昔の人はこれを自分たちで建てたと思ってる。ピラミッド自体についても色々知りたいと思ってる。昔のことはなせか決めて面白い。グループ学習がすごく好きだし、もっとグループ学習したい！！  
相似の授業は分かったのがなくて、(相似比とか)授業して決まるとか楽しかった。図形楽しい！！  
自覚比とか体積比とかはまだ慣れないから、完璧にできるようにがんばりたい。

上位

10 [REDACTED]

相似な図形の活用は、二本柱の単元の活用が楽しかったのが、  
他の人と協力して、いろいろ考察できたのが、良かった。  
この単元(相似な図形)は、思っていた図形の活用が、問題を解くのが、(活用、活用が難しいから)1日の空間図形の下は簡単で楽しかった。活用が学年末テストに出ると思うので、しっかり復習したいです。

2時間を通して～

- ・昔の人はずいぶんと思ってる
- ・自然の力を利用して、色々なところにも視点をあてて、相似なものを見つけたことが分かった
- ・誤差はつぎのものをたどった
- ・同位角(共通な角)までつながっているものも思った。

自分で相似な図形をつくることで、いろいろなものの長さを調べる事ができると分かった。長さだけでなく、角度や面積、体積を求めるのにも使えるような考え方があった。

相似の単元で比や合同など、他の図形の単元でも役に立ちそうな特徴を学んだ。

またおもしろいのは、長さの求め方、相似な図形を見つけたのが、  
こんなおもしろいものがあった。思った。答えが出る時は、感動。7分間の時、  
して、おもしろいものがあった。  
455は、おもしろい。みんなも同じくらいおもしろい。おもしろい。ピラミッドの高さは、150mと511mとある。おもしろい。おもしろい。