

第 78 回 北海道算数数学教育研究大会 上川旭川大会 公開授業
C「関数」領域 第3学年 数学科学習指導案
授業者 青木 俊也（旭川市立永山南中学校）

日 時 令和5年10月27日 13:30～14:20

授業学級 旭川市立永山南中学校 3年1組(33名)

1 単元名 4章 関数 $y = ax^2$ （使用教科書：教育出版「中学数学3」）

2 単元の目標

- ・ 関数 $y = ax^2$ についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。
- ・ 関数関係に着目し、その特徴を表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現することができる。
- ・ 関数 $y = ax^2$ について、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度、多様な考えを認め、よりよく問題解決しようとする態度を身に付ける。

3 単元の評価規準

本単元は、学習指導要領における第3学年「C関数」（1）にあたる（文部科学省,2017）。

(1) 関数 $y = ax^2$ について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 関数 $y = ax^2$ について理解すること。

(イ) 事象の中には関数 $y = ax^2$ として捉えられるものがあることを知ること。

(ウ) いろいろな事象の中に、関数関係があることを理解すること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 関数 $y = ax^2$ として捉えられる二つの数量について、変化や対応の特徴を見だし、表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現すること。

(イ) 関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象を捉え考察し、表現すること。

上記の内容と学年の目標や内容等を踏まえ、単元の評価規準を次のように設定する。

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①関数 $y = ax^2$ について理解している。 ②事象の中には関数 $y = ax^2$ として捉えられるものがあることを知っている。 ③関数 $y = ax^2$ の表、式、グラフの意味や特徴を理解している。 ④関数 $y = ax^2$ を表、式、グラフを用いて表現したり、処理したりすることができる。 ⑤いろいろな事象の中に、関数関係があることを理解している。	①関数 $y = ax^2$ として捉えられる二つの数量について、変化や対応の特徴を見だし、表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現することができる。 ②関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象を捉え考察し表現することができる。	①関数 $y = ax^2$ のよさや必要性を実感して粘り強く考えることができる。 ②関数 $y = ax^2$ について学んだことを生活や学習に生かそうとすることができる。 ③関数 $y = ax^2$ を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしたりしている。

4 単元構想の概要 ～C「関数」領域チーム 3学年部会より～

(1) 関数指導のねらい

学習指導要領では、関数指導の意義を『「関数」の学習を通して、いろいろな事象の中に潜む関係や法則を数理的に捉え、数学的に考察し表現できるようにすることをねらいとする。そのために、中学校数学科では、具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、関数関係を見だし考察し表現する力を3年間にわたって徐々に高めていくことが大切である。』(文部科学省, 2017, p. 50) と述べている。

(2) 関数指導の実態

令和3年度全国学力・学習状況調査報告書では、比例の「事象から関数関係を見いだす」48.4%【類題 H26→36.7% H29→21.1%】、「与えられた表やグラフの読み取り」93.6%、「事象を数学的に解釈し、問題解決の方法を数学的に説明」28.2%【類題 H25→32.6% H29→19.1%】となっており、事象から関数関係を見いだすことや、関数とみなして解決方法を説明する力が課題となっている。

(3) 本単元で重視すること

そこで、本単元では、「関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象を捉え考察し表現すること。」の育成に重点を置き、単元の指導と構成を行っていく。

① 関数と表、式、グラフ

関数 $y = ax^2$ については、1学年「比例と反比例」、2学年「1次関数」の指導と同様に、表から変化の様子をつかみ、式、グラフへとつなげて関数の特徴を見だし、理解させる。そのために、既習の関数と比較する活動を大切にす。本単元では、表をもとに x や y の値の対応を調べさせることで関数の変化と対応の特徴をつかむ手立てとし、既習の関数と比較させながらその特徴を見いだすことができるようにする。グラフを考える際にも、変化の割合が一定ではないので、グラフが直線にならないことに気付かせることや、反比例のグラフを想起させ、その特徴を見いだすことができるようにする。また、これまでの関数の学習と同様に、表、式、グラフを相互に関連付けて捉えることで、理解を深めさせていく。

② 関数を用いて事象を捉え考察し表現すること

日常の現象や社会の現象に関数を活用するために、本単元では、次の3つの過程を大切に、これらの過程を明確にしながらか順序立てて解決させることで、思考の流れを整理させる。

- ・関数関係にある2つの数量を取り出すこと

- ・2つの数量関係を理想化・単純化して関数関係とみなすこと

- ・表・式・グラフを用いて処理し、説明すること

表・式・グラフの特徴を踏まえ、2つの数量関係を調べる際には変化の様子を調べやすい表を用いるとよいことに気付かせる。理想化・単純化して関数とみなすことについては、1学年では、身の回りの事象から比例や反比例の関係にあるものを見つける際に、例えば「紙の厚さはすべて同じとみなす」ことで比例といえることを学習している。さらに2学年では、水を温めた時間と温度の実験の結果を表やグラフで考察する活動から直線上にあるとみなす学習を行ってきた。本単元を構成するにあたっては、「みなす」活動は生徒にとって未だに難しい内容であると判断し、単元の中にみなして考える学習を2回入れることで繰り返し学習できるようにした。また、2乗に比例する関数とみなす際には、グラフを用いると、「点の個数が少ないとイメージがわからない。」「目盛りの取り方で放物線にみえない。」や「直線ではないから」「放物線になっていそう」など根拠として不十分な場合が想定されるため、グラフから予想し、表で確認させていく。

処理、説明の際には、目的に応じて表・式・グラフのうち適したものを選択し表現させるとともに、他者の表現にも触れることでよりよい表現を考えさせていく。

この際、単純化したり、理想化したりして2乗に比例する関数とみなして問題を解決させるが、「みなす」ことについては「関数とみなすことで先が予測できる」ことや、「どの数値を使うかによって予想値は異なる」ことを実感させ、関数とみなすことの有用性と限界についても理解させていきたい。

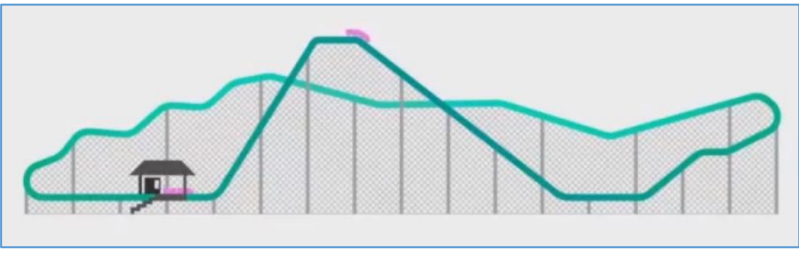
③ 「単元を通して考える必然性や目的意識をもたせるために」

生徒が毎時間、主体的に問題の解決に取り組むことができるよう、導入時に単元のゴールを示し、ゴールまでの見通しをもたせることができるようにする。第1学年「比例と反比例」では、関数と日常生活が結び付いているかを最終でレポートでまとめることを提示して単元の学習を進めてきた。第2学年「1次関数」においては導入でゴール「単元最後の問い」を提示し、問題の解決のために何を身に付け、何ができるようになるのか見通しをもたせて、学習を進めてきた。第3学年では、先の2年間を踏まえ、単元の導入で「単元の問い（日常の事象に関する内容）」を紹介し、単元の目標や最終課題を生徒と共有し、単元の見通しをもたせて学習を進める。これにより、生徒には毎時間の学習内容を「単元の問い」の解決に向けて必要となるものと意識させ、どのように活用すればよいかを常に考えさせることで、学習の必要感をもたせていく。

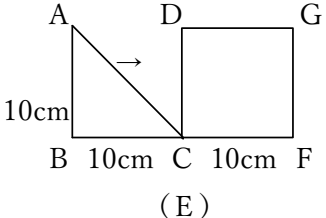
この単元で身に付けてほしい資質・能力を生徒に示す上で抽象的な文章での提示は理解しにくいと考え、具体的な問題で示すこととした。解決に必要な数値は示さずに提示することで最後まで解決することはできないようにしたが、解決方法を見通すことはできるため、そのことが意欲の低下につながらないか懸念される点もある。

代 表	村越 恵一								
R4メンバー	青木 俊也	小野崎貴子	山口 正博	佐藤 寛之	金森 隆也	北見 美希			
	山田 真平	宿南 陽介	角 竜二						
R5メンバー	青木 俊也	山本 英貴	梅原 敏文	稲葉 泰愛	佐藤 寛之	清水 郁美			
	大沼亜紀子	國井健太郎	松尾 優	佐藤 海	松林 圭一	青嶋 湧士			

5 単元の指導と評価の計画（1節：第1時～第8時，2節：第9時～第10時，3節：第11時）

時	主な学習活動・問題	重点	記録	備考
1	<p>◎既習の関数の特徴を基にして，表から規則性を見だし課題を解決する活動を通して，関数 $y = ax^2$ について理解する。</p> <p>◎課題の解決を通して，単元の見通しをもつ。</p> <p>【問題1】 nhk for school スタートから1秒後に3m，2秒後には12m，3秒後27m落ちている。写真は75m落ちたところで撮られる。何秒後？ 下りきるまでの平均時速は64.8km/hです。下りきるまでの時間は？</p>  <p>【単元最後の問題】 警察官のあなたは交通事故の現場に駆けつけた。事故をおこしたAさんに状況を聞くと，運転中に動物が飛び出してきてとっさに急ブレーキをかけ，最後には止まれず道路の外に飛び出したという。 道路にはスリップ痕が残っており，スリップ痕を見てあなたはAさんにどれくらいの速さで走行していたか聞いたところ，Aさんは「分からない」と答えた。Aさんはどれくらいの速さで走行していたのだろうか。</p>	知 態		知①：行動観察 態①：行動観察

2 3 4	<p>◎既習の関数の特徴との比較を通して、2乗に比例する関数の意味を理解する。</p> <p>【問題2】 $y = ax^2$の表を作り、そこから特徴を見つけよう。</p> <p>【問題3】対応表は2乗に比例する関数である。式を求めよう。</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">x</td> <td style="padding: 2px 10px;">-2</td> <td style="padding: 2px 10px;">-1</td> <td style="padding: 2px 10px;">0</td> <td style="padding: 2px 10px;">1</td> <td style="padding: 2px 10px;">2</td> <td style="padding: 2px 10px;">3</td> <td style="padding: 2px 10px;">4</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">y</td> <td style="padding: 2px 10px;">8</td> <td style="padding: 2px 10px;">2</td> <td style="padding: 2px 10px;">0</td> <td style="padding: 2px 10px;">2</td> <td style="padding: 2px 10px;">8</td> <td style="padding: 2px 10px;">18</td> <td style="padding: 2px 10px;">32</td> </tr> </table> <p>【問題4】 $y = 2x^2$の変化の割合はどんな特徴があるか調べよう。</p>	x	-2	-1	0	1	2	3	4	y	8	2	0	2	8	18	32	知		<p>知①：行動観察</p> <p>知③：行動観察</p> <p>知④：行動観察</p>
x	-2	-1	0	1	2	3	4													
y	8	2	0	2	8	18	32													
5	<p>◎グラフの形を予想する活動を通して、関数 $y = 2x^2$のグラフのかき方を知ることができる。</p> <p>【問題5】 $y = 2x^2$のグラフをかこう。</p>	知		知③：行動観察																
6	<p>◎関数 $y = ax^2$のグラフについて、aの値をいろいろ変えてグラフをかき、比較することを通して、その特徴を理解する。</p> <p>【問題6】 $y = ax^2$のグラフを作り、気付いたことを書こう。</p>	知		知④：行動観察																
7	<p>◎関数を式から表やグラフに表して変域を求める活動を通して、関数 $y = ax^2$の変域を考えることができる。</p> <p>【問題7】 $y = x^2$で、xの変域が $-2 \leq x \leq 4$のときのyの変域を求めよう。</p>	知		知④：行動観察																
8	<p>◎今まで学習した内容がどの程度身に付いているか、小テストをもとに自己評価し、必要な問題を解くことができる。</p> <p>○小テスト</p> <p>○基本の問題、ワーク、ノート</p>	知態	○	<p>知④：小テスト</p> <p>態①：行動観察</p> <p>ノート</p>																

<p>9 10</p>	<p>◎事象の中から関数関係にある2つの数量を取り出し、表・式・グラフを用いて数学的に処理・考察する活動を通して、問題を解決することができる。</p> <p>【問題8】 1辺が10cmの正方形DEFGと、直角をはさむ2辺が10cmの直角二等辺三角形ABCが直線上に並んでいる。</p>  <p>(E)</p> <p>正方形を固定し、直角二等辺三角形を矢印の方向に秒速2cmで、ABとDCが重なるまで移動する。</p> <p>正方形と直角二等辺三角形が重なってできる部分の面積について、次の問に答えなさい。</p> <p>(1) 時間と面積の関係を表しなさい。</p> <p>(2) 移動し始めてから2秒後、3秒後、5秒後の重なった部分の面積をそれぞれ求めなさい。</p> <p>(3) 重なった部分の面積が△ABCの面積の2分の1になるのは、移動し始めてから何秒後か。</p> <p>【問題9】 まっすぐな道路と、それに平行な線路がある。秒速10mで走る自動車が駅を通過すると同時に、電車が駅を発した。どこで、どちらが追い抜かれるか答えなさい。</p> <p>(資料) 電車がx秒後に進む距離をymとすると、</p> <table border="1" data-bbox="271 1332 1053 1489"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>10</td> <td>20</td> <td>30</td> <td>40</td> <td>50</td> <td>60</td> <td>70</td> <td>80</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>25</td> <td>100</td> <td>224</td> <td>398</td> <td>627</td> <td>900</td> <td>1150</td> <td>1401</td> <td>...</td> </tr> </table>	x	0	10	20	30	40	50	60	70	80	...	y	0	25	100	224	398	627	900	1150	1401	...	<p>思</p>	<p>思①：行動観察 思②：行動観察 知②：行動観察</p>
x	0	10	20	30	40	50	60	70	80	...															
y	0	25	100	224	398	627	900	1150	1401	...															
<p>11</p>	<p>◎事象の中から既習とは異なる関数関係にある2つの数量を取り出し、表やグラフを用いて数学的に処理・考察する活動を通して問題を解決することができる。</p> <p>【問題10】 郵便物を送りたい。料金を考える際に必要なのはどんなことだろうか。</p> <p>(資料)</p> <table border="1" data-bbox="295 1836 1053 1915"> <tr> <td>重さ</td> <td>50gまで</td> <td>100gまで</td> <td>150gまで</td> <td>250gまで</td> <td>500gまで</td> <td>1kgまで</td> </tr> <tr> <td>料金</td> <td>120円</td> <td>140円</td> <td>200円</td> <td>240円</td> <td>390円</td> <td>580円</td> </tr> </table> <p>郵便物の重さをxg、そのときの料金をy円とすると、どのようなグラフになるだろうか？</p>	重さ	50gまで	100gまで	150gまで	250gまで	500gまで	1kgまで	料金	120円	140円	200円	240円	390円	580円	<p>思 知</p>	<p>思②：行動観察 知⑤：行動観察</p>								
重さ	50gまで	100gまで	150gまで	250gまで	500gまで	1kgまで																			
料金	120円	140円	200円	240円	390円	580円																			

12	<p>◎今まで学習した内容がどの程度身に付いているか、小テストをもとに自己評価し、必要な問題を解くことができる。</p> <p>○小テスト</p> <p>○章の問題, ワーク, ノート</p>	知 態	○	知④：小テスト 態②：行動観察 ノート														
13	<p>◎具体的事象を関数関係とみなし、理想化・単純化することで表・式・グラフを用いて数学的に処理・考察する活動を通して、問題を解決することができる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>【問題 11】 警察官のあなたは交通事故の現場に駆けつけた。事故をおこした A さんに状況を聞くと、運転中に動物が飛び出してきてとっさに急ブレーキをかけ、最後には止まらず道路の外に飛び出したという。</p> <p>道路にはスリップ痕が残っており、スリップ痕を見てあなたは A さんにどれくらいの速さで走行していたか聞いたところ、A さんは「分からない」と答えた。A さんはどれくらいの速さで走行していたのだろうか。</p> <p>(資料 1) スリップ痕の長さ：59.8m</p> <p>(資料 2)</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left;">速度(km/h)</th> <th style="text-align: left;">スリップ痕(1/100サイズ)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>10</td> <td>0.6m</td> </tr> <tr> <td>20</td> <td>2.3m</td> </tr> <tr> <td>30</td> <td>5.5m</td> </tr> <tr> <td>40</td> <td>9.6m</td> </tr> <tr> <td>50</td> <td>15.1m</td> </tr> <tr> <td>60</td> <td>21.6m</td> </tr> </tbody> </table> </div>	速度(km/h)	スリップ痕(1/100サイズ)	10	0.6m	20	2.3m	30	5.5m	40	9.6m	50	15.1m	60	21.6m	思 態	○	思②：行動観察 態③：行動観察
速度(km/h)	スリップ痕(1/100サイズ)																	
10	0.6m																	
20	2.3m																	
30	5.5m																	
40	9.6m																	
50	15.1m																	
60	21.6m																	
14	<p>◎単元全体の学習内容についてのテストに取り組み、単元で学習したことが、どの程度身に付いているのかを自己評価することができるようにする。</p> <p>・単元テスト</p>	知 思 態	○ ○ ○	知①～⑤：テスト 思①～②：テスト 態①～③：シート														

6 本時の目標

具体的事象を関数関係とみなし、理想化・単純化することで表・式・グラフを用いて数学的に処理・考察する活動を通して、問題を解決することができる。【思考・判断・表現】

7 本時の主張点

(1) 日常生活や社会の事象を数理的に捉え、関数 $y = ax^2$ を用いて考察し表現することについて

多くの生徒が苦手意識をもっている。はじめからどんな関数の関係なのか、表や式、グラフが与えられていれば問題の解決に向かえるが、『事象の中から目的に応じて関数関係にある2数を見いだせない』『2数を関数とみなして解決方法を考えることができない』などが原因としてあげられる。そこで本時では、以下の手立てをとっていく。

①問題提示の工夫

単元の導入では、日常生活の事象の中にある2つの数量を表に整理し、表から数量の増え方や規則性を調べる活動を通して関数関係を見いだす活動を行った。単元の内容を学習することで、本時の問題を解決することができることを授業の最後に提示し、単元のゴールを全体で共有した。問題提示では、本単元で学習してきたことを活かす場面だということを強調し、警察官の立場で問題を解決できるよう映像を用いながら提示する。

②事象の中から問題解決に必要な2つの数量を見つける

最初から必要な数量を提示せず、問題を解決するためにはどのような情報が必要なのかを考える活動を取り入れることで、目的に応じて関数関係にある数量を見いだす力を育む。また、スリップ痕を数値で与えるのではなく、実測で求めさせることで問題に取り組む必要感をもたせたり、自分たちの力で問題を解決した達成感を高めたりする。そして、その情報を表や式、グラフに整理することで、これまで学習してきた関数に当てはめることができるか考えさせる。

③表、グラフの順に取り上げ、2つの数量関係を理想化・単純化して関数 $y = ax^2$ とみなし、式化する

2つの数量関係は、すぐにグラフや式にすることは難しい。よって、単元の導入と同様に表に整理し、そこから増え方や規則性に着目させる。数値に誤差が生じているため、表からすぐに関数関係を見いだすことは難しい。そこで、グラフに点を取らせることで視覚的に数量関係を捉え、放物線（関数 $y = ax^2$ ）になりそうだということを生徒に実感させる。実測で得られた値には誤差があるが、数量を理想化・単純化することで関数 $y = ax^2$ とみなして問題を考えることを全体で共有し、立式させることで問題を解決していく。これらの活動を通して、日常生活や社会の事象を数学化して考えることのよさを実感させる。

(2)生徒の実態を踏まえた主張点

事象を理想化・単純化することで関数とみなして考えることは生徒にとって容易なことではない。令和5年度の全国学力学習状況調査の結果においても、「8(2)事象を理想化・単純化することで表された直線のグラフを、事象に即して解釈することができるかどうかをみる」の北海道の正答率は選択式にも関わらず59.0%となっており、理解が不十分である。ただ理想化・単純化された事象を提示するのではなく、自ら必要な数量を取り出し、理想化・単純化することで関数とみなす活動を経験することが必要である。

3年1組の生徒は、教師の問いかけに対して積極的に反応し、自ら進んで応用問題に挑戦するなど、数学に対して意欲的な生徒が多い。また、分からない問題を仲間に向いたり、相談したりするなど、共に教え合いながら問題を解決しようとする姿が見られる。一方で、知識技能の問題には意欲的に取り組むが、思考・判断・表現の問題になると「分からない」とすぐにあきらめてしまう生徒がいる。そのため、個人思考に入る前に全体で情報を共有・整理することで解決の見通しをもたせる指導をする。また、生徒の思考が滞った場合にはペアトークを随時取り入れ、自身の考えを仲間と共有する場面を作る授業を展開する。3年間の関数領域の集大成となるよう、既習事項を活かしながら、日常生活や社会の事象と関数の関連や、関数を用いることで問題を解決することができるよさを実感させたい。

8 本時の展開

<p>教師の働きかけ■, 主な発問● 生徒の学習活動□, 予想される反応○</p>	<p>留意点 (・) 評価 (☆)</p>														
<p>1. 身近な場面の問題に出会う</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p><予想される対話></p> <p>T 皆さんは車に乗ったことがあると思いますが、道路標識を見たことはありますか？これらの道路標識の意味は知っていますか？</p> <p>S 「止まれ」「駐車禁止」「最高速度が 50 km/h」</p> <p>T 道路標識はなぜ必要だと思いますか？</p> <p>S 事故が起きないようにするため 安全に運転するため</p> </div> <p>□問題とその場面を理解する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>【問題】</p> <p>警察官のあなたは交通事故の現場に駆けつけた。事故をおこした A さんに状況を聞くと、運転中に動物が飛び出してきてとっさに急ブレーキをかけ、最後には止まれず道路の外に飛び出したという。</p> <p>道路にはスリップ痕が残っており、スリップ痕を見てあなたは A さんにどれくらいの速さで走行していたか聞いたところ、A さんは「分からない」と答えた。A さんはどれくらいの速さで走行していたのだろうか。</p> </div> <p>■事故現場の画像を見せ、スリップ痕に注目させる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・TV 画面で道路標識を提示する。 ①止まれ②駐車禁止 ③最高速度(50km/h) ・単元の導入で紹介した問題を想起させる。 ・TV 画面で問題を提示する。 ・警察官の立場になって問題を捉え、解決することを確認する。 ・ここでは特に数値を定時せず、必要な情報を生徒に問う。その後、スリップ痕の長さを提示する。 ・ここでは問題を配付せず、課題提示後にワークシートを配付する。 														
<p>2. 問題を焦点化する。</p> <p>●何が分かれば速さを求めることが予測できるだろうか？</p> <p>□考えを発表する。</p> <p>(予想される生徒の考え)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・車の壊れ方 ・飛び出した距離 ・動物を見たときにいた場所 ・スリップ痕の長さ⇒スリップ痕の長さ (59.8m) を提示 ・59.8m だけじゃ分からない ・速さとスリップ痕の長さの関係 <p>■速さ (時速 10~60km) とスリップ痕の関係の写真を提示する。</p> <p>□スリップ痕の長さを実際に調べる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left;">速度(km/h)</th> <th style="text-align: left;">スリップ痕(1/100サイズ)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>10</td> <td>0.6m</td> </tr> <tr> <td>20</td> <td>2.3m</td> </tr> <tr> <td>30</td> <td>5.5m</td> </tr> <tr> <td>40</td> <td>9.6m</td> </tr> <tr> <td>50</td> <td>15.1m</td> </tr> <tr> <td>60</td> <td>21.6m</td> </tr> </tbody> </table> </div>	速度(km/h)	スリップ痕(1/100サイズ)	10	0.6m	20	2.3m	30	5.5m	40	9.6m	50	15.1m	60	21.6m	<ul style="list-style-type: none"> ・自由に発表させながら、生徒とのやりとりを通してスリップ痕の長さと車の速さの关系到に着目させる。 ・スリップ痕の考えが出ない場合は、もう一度問題文を読み返すなどして確認する。 ・時速 10km のときのスリップ痕の長さは 0.6m であることを確認したうえで、スリップ痕の長さを測らせる。
速度(km/h)	スリップ痕(1/100サイズ)														
10	0.6m														
20	2.3m														
30	5.5m														
40	9.6m														
50	15.1m														
60	21.6m														

■速さとスリップ痕の関係に着目させ、課題を提示し、確認する。

課題 速さとスリップ痕の関係を調べよう

- 速さとスリップ痕の関係は、どのように表せばよいだろうか。
- 表にして変化の様子を調べる。 ○グラフに表す ○式にする
- では、車の速さ(時速 x km)とスリップ痕(y m)の関係を表・式・グラフに表してみましょう。

- ・生徒の測り方により誤差が生じた場合、生徒の実測値を扱う。
- ・車の速さを時速 x km, 制動距離を y m とすることを確認する。

3. 表・式・グラフに表すことで数学的に処理・解決する

●速さとスリップ痕の長さの関係を表, 式, グラフを用いて調べよう。

□表・式・グラフで表す。

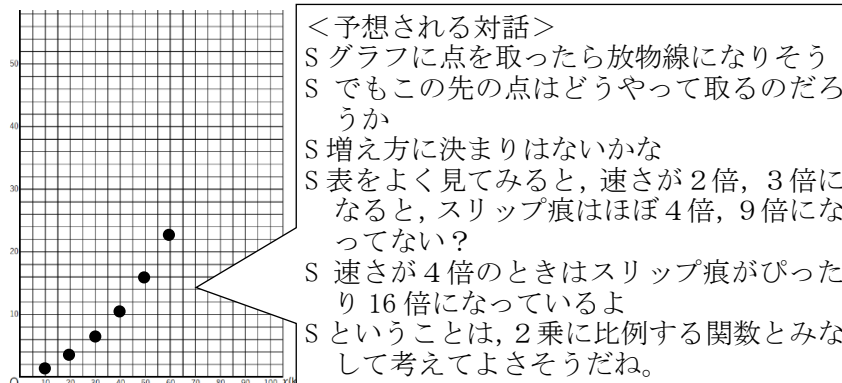
○表の続きが分からない。

速さ (km/h)	0	10	20	30	40	50	60
スリップ痕 (m)	0	0.6	2.3	5.5	9.6	15.1	21.6

○式にしたいけど、速さとスリップ痕の関係が分からない

■表, グラフについて考えさせる。

●表をもとにグラフに座標の点をとると、速さとスリップ痕にはどんな関係があるだろうか。

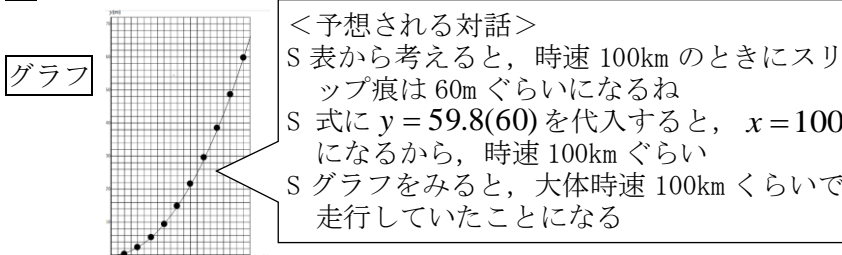


■関数 $y = ax^2$ とみなしたとき式について考えさせ、比例定数を考えさせる。

○比例定数は 0.006 になりそうだ。

速さ (km/h)	...	60	70	80	90	100
スリップ痕 (m)	...	21.6	29.4	38.4	48.6	60







式 $y = 0.006x^2$



- ・ワークシートを配付する。
- ・手が止まっている生徒が多い場合は、まず表からグラフに点を取らせる。
- ・表, グラフ, 式の順に取り上げる。
- ・生徒とのやりとりを通して、グラフと表を行き来することで2乗に比例する関数とみなすことを生徒から引き出し、事象を理想化・単純化して考えることを確認する。
- ・計算をする際、電卓を使ってよいことを伝える。また、電卓で計算しやすくするため、比例定数を小数で表すことを確認する。
- ・表, 式, グラフのそれぞれがどのように表されるか確認する。
- ・グラフを完成させた生徒がいない場合は、表・式で問題を解決したあとに完成したグラフを紹介し、配付する。

<p>●Aさんはどのくらいの速さで走行していたのだろうか？</p> <p>○表から考えると、時速 100 kmのときにスリップ痕は 60m になる。 (xの値を 10 倍すると、yの値は 100 倍になる)</p> <p>○式に$y = 59.8(60)$を代入すると、速さはだいたい時速 100km ぐらいになる。</p> <p>○グラフをみると、Aさんはだいたい時速 100km ぐらいで走行していたことが予測できる。</p> <p>□表・式・グラフから、おおよそ時速 100 kmで走行していたことが予測できることを理解する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・数学的に処理した事象を問題に照らし合わせ、正確な速さではないがおおよその速さを予想できることを確認する。 ☆表・式・グラフを用いて考察し、問題を解決することができる(行動観察)
<p>4. 結果を考察・検証し、本時を振り返る</p> <p>■条件を変えた問題を提示し、表・式・グラフのいずれかを用いて問題を解決させる。</p> <p>●時速 130 kmで走行していたとすれば、スリップ痕の長さはどれくらいになると予測できるだろうか？</p> <p>○表から考えると、$0.6 \times 169 = 101.4\text{m}$になる</p> <p>○グラフをみると、おおよそ 100m くらい</p> <p>○式に$x = 130$を代入すると、101.4m になる</p> <p>■日本には時速 130 kmで走れる道路はないので、関数を用いることで実際に走らなくても予測できることを確認する。</p> <p>■今回の問題を解決した過程から分かったことや感じたこと、大切に思ったことを自由に記入させ、共有する。</p> <p>□分かったことをスプレッドシートに記入する。</p> <p>○2乗に比例する関数とみなして考えると、ある程度の速さが予想できる。</p> <p>○関数を用いることで、未知の事象を予測することができる。</p> <p>○表・グラフだと限界があるが、式があればどんな速さでも予測できる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・具体的な事象を関数として捉えることで、事例がなくても予測できることを感じさせる。 ・数学化して検証したことを実生活に戻して考えさせる。 ・教科書を用いて、実際の停止距離は制動距離よりも長いことを確認する。 ・スプレッドシートに記入した内容を自由に見せ、振り返りを共有する。

資料 1 速さとスリップ痕

速度(km/h)	スリップ痕(1/100サイズ)
10	 0.6m
20	 2.3m
30	 5.5m
40	 9.6m
50	 15.1m
60	 21.6m

資料2 ワークシート

【問題】

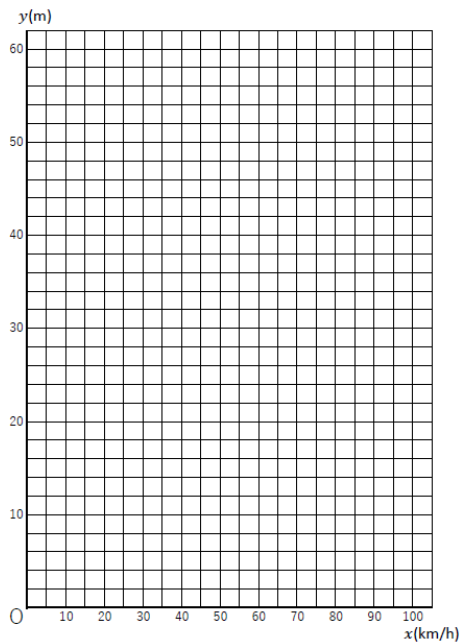
警察官のあなたは交通事故の現場に駆けつけた。事故をおこした A さんに状況を聞くと、運転中に動物が飛び出てきてとっさに急ブレーキをかけ、最後には止まらず道路の外に飛び出したという。

道路にはスリップ痕が残っており、スリップ痕を見てあなたは A さんにどれくらいの速さで走行していたか聞いたところ、A さんは「分からない」と答えた。A さんはどれくらいの速さで走行していたのだろうか。

表

x (km/h)	0	10	20	30	40	50	60
y (m)							

グラフ

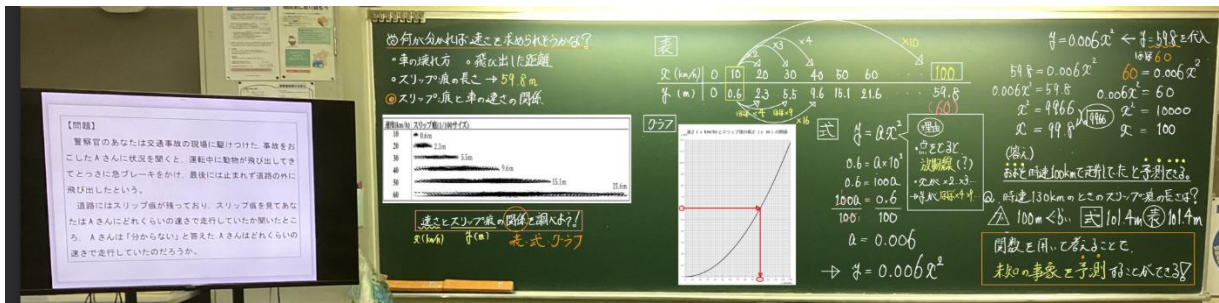


式

事故当時の車の速さ

分かったこと・感じたこと

9 板書計画



10 指導案ができるまでの変遷

第1次案【主問題の検討】

【問題】交通事故が発生。警察官が事故現場に駆けつけた。現場には、車の運転手 A さんがいた。A さんに状況を聞くと、運転中に動物が飛び出してきたとつさに急ブレーキをかけ、最後には止まらず道路の外に飛び出したという。

道路には、スリップ痕が残っていた。そのスリップ痕を見て警察官は A さんに「ブレーキをかける前どれくらいで速度で走行していましたか。」と尋ねた。A さんは「時速 70km くらいで走行していた。」と答えた。

A さんは本当に時速 70km で走行していたのだろうか。下のデータをもとに A さんの真偽を確かめよう。

スリップ痕の長さ：33.3m

ブレーキをかけ始めたときの速度	10	20	30	40	50
ブレーキから止まるまでに進む距離	0.6	2.1	4.7	8.3	13.1

数値がばらばら過ぎて多くの生徒が規則性を見いだすことができないのではないかな。
いくつかは規則に当てはまる数値を入れるなど、数値を整えた方がよい。

第2次案【数値の検討】

○スリップ痕の長さ：39m

ブレーキをかけ始めたときの速度 (km/h)	10	20	30	40
ブレーキから止まるまでに進む距離【制動距離】(m)	0.6	2.4	5.4	9.8

最初の3つの数値をもとに2乗に比例することを見つけることができるだろう。しかし、4つ目の9.8だけが規則からはずれているということは、速度30までしか2乗に比例しないと予想することもできる。

対応表で提示すると、対応表だけで問題を解決することができるのではないかな。

空走距離と制動距離のグラフデータを示し、制動距離のみに注目させ、グラフが放物線になっていそうなことに気付かせることで、値を対応表で表して2乗に比例するとみなして解決させてはどうだろうか。

※摩擦係数を「圧雪路面 0.2」「濡れたアスファルト 0.4」にすると数値が少しシンプルになる。

「圧雪路面 0.2」

ブレーキをかけ始めたときの速度 (km/h)	10	20	30	40	50
ブレーキから止まるまでに進む距離【制動距離】 (m)	2.0	7.9	17.7	31.5	49

「濡れたアスファルト 0.4」

ブレーキをかけ始めたときの速度 (km/h)	10	20	30	40	50
ブレーキから止まるまでに進む距離【制動距離】 (m)	0.9	3.9	8.9	15.8	24.6

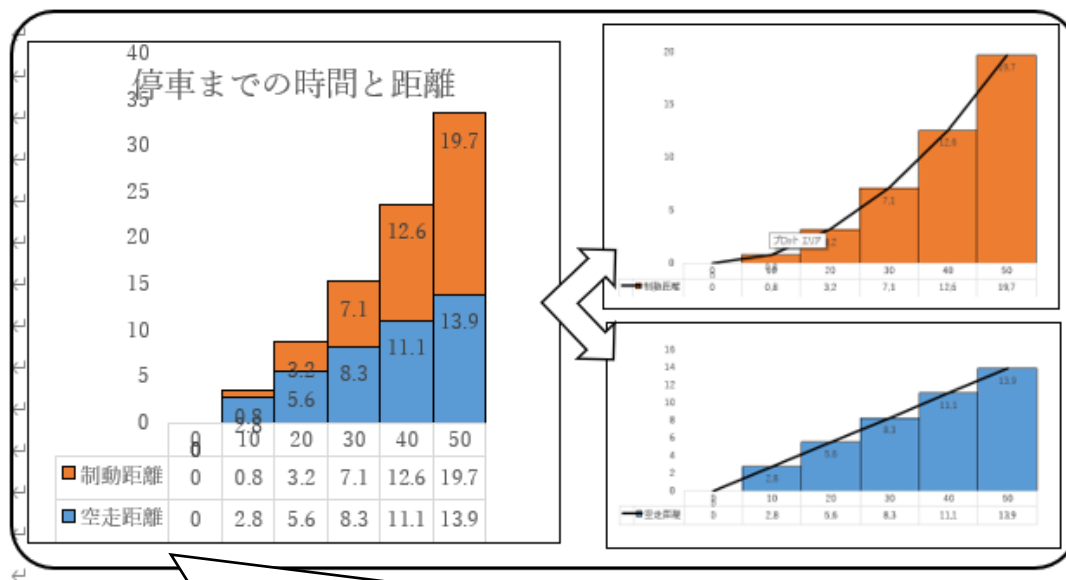
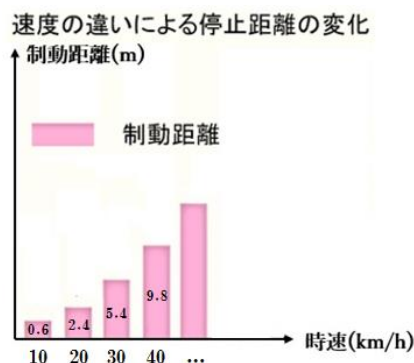
第3次案【数値の提示方法】

【問題】交通事故が発生。警察官が事故現場に駆けつけた。現場には、車の運転手 A さんがいた。A さんに状況を聞くと、運転中に動物が飛び出してきたときに急ブレーキをかけ、最後には止まれず道路の外に飛び出したという。

道路には、スリップ痕が残っていた。そのスリップ痕を見て警察官は A さんに「ブレーキをかける前はどれくらいの速度で走行していましたか。」と尋ねた。A さんは「時速 70 km くらいで走行していた。」と答えた。

A さんは本当に時速 70 km で走行していたのだろうか。右のデータをもとに A さんの真偽を確かめよう。

○スリップ痕の長さ：39m



グラフでデータを示すことで放物線になりそうであることに気付かせ、2乗に比例することを見つけることができるのではないかと。空走距離を含むグラフは、課題提示までにやるが増えすぎてしまい、時間がかかることから主問題で扱うことはせず、紹介程度がよいのではないかと。制動距離のみのグラフを提示すると、2乗に比例することに簡単に気付いてしまうのではないかと。

第4次案【問題の提示方法】

【問題】交通事故が発生。警察官が事故現場に駆けつけた。現場には、車の運転手 A さんがいた。A さんに状況を聞くと、運転中に動物が飛び出してきてとっさに急ブレーキをかけ、最後には止まらず道路の外に飛び出したという。

道路には、スリップ痕が残っていた。そのスリップ痕を見て警察官は A さんに「ブレーキをかける前はどれくらいの速度で走行していましたか。」と尋ねた。A さんは「時速 70 km くらいで走行していた。」と答えた。

A さんは本当に時速 70 km で走行していたのだろうか。A さんの真偽を確かめよう。

○スリップ痕の長さ：39m

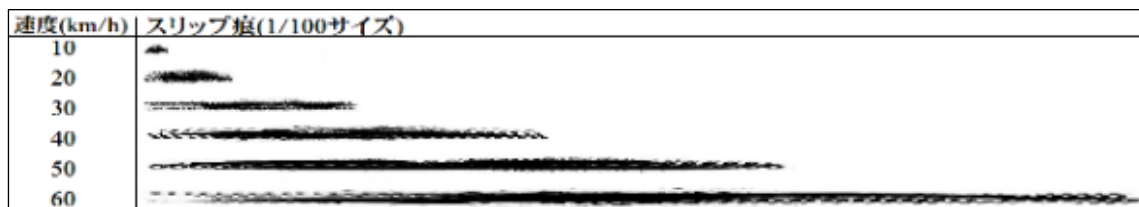
本単元で身に付けさせたい「関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象を捉え考察し表現すること」のためには、「事象の中から問題を解決するために必要な関数関係にあるものを見いだすこと」も必要であることから、最初からデータを与えない方がよい。

第5次案【問題の提示方法】

【問題】警察官のあなたは交通事故の現場に駆けつけた。事故を起こした A さんに状況を聞くと、運転中に動物が飛び出してきてとっさに急ブレーキをかけ、最後には止まらず道路の外に飛び出したという。道路にはスリップ痕が残っており、スリップ痕を見てあなたは A さんにどれくらいの速度で走行していたか聞いたところ、A さんは「分からない」と答えた。

A さんはどれくらいの速さで走行していたのだろうか。

スリップ痕の長さ 59m



速さ (km/h)	10	20	30	40	50	60
スリップ痕 (m)	0.6	2.3	5.5	9.6	15.1	21.6

問題を解決するために必要となる情報は一切提示せずに生徒から引き出すこととした。また、速さとスリップ痕のデータは、自分たちで計測して出すようにした。60km/h まで与えることで表やグラフで表す際に 2 乗に比例することを気付きやすくした。そして、60km/h のときのスリップ痕の長さまで示すことにしたので、70km/h のときのスリップ痕を調べさせるのではなく、スリップ痕が 59m のときの速度を求めさせることにした。

第6次案（プレ授業①より）【問題の数値の変更】

- ・授業後の変更点 スリップ痕の長さ 59m → 59.8m

表から2乗に比例すると「みなす」ことはできたが、式 $y = 0.006x^2$ をつくるのに時間がかかってしまう。さらに、 $y = 0.006x^2$ に $y = 59$ を代入し、 x の値が無理数となり困惑する生徒が見られた。本来であれば、おおよその速さを求めればよいことから $y = 60$ を代入するところまで行わせたかったが、時間の関係で難しかった。そこで、スリップ痕の長さを59.8mとし、おおよそ60mとして計算すればよいことに気づきやすくした。

第7次案（プレ授業②より）【本時の流れ】

- ・授業後の変更点
 - 本時の中心となる活動「速度とスリップ痕の関係を調べ、2乗に比例するとみなす場面」を充実するために、課題設定までをコンパクトにする。
 - グラフの活用場面が、速度とスリップ痕の関係を調べる際のみとなっていたため、完成したグラフを配布することで、条件を変えた問題の場面で活用できるようにする。

プレ②で、すべての内容を行っていったところ、時間に追われ、生徒がじっくり考えたり、自分の意見をもったりする時間を十分確保することができなかった。

グラフを活用する場面が、速度とスリップ痕の関係を調べるところに限定されていた。「グラフは、直感的、視覚的に理解しやすい。予測しやすい。」ことを実感させる場面をつくりたいと考え、完成したグラフを配布し、条件変更した問題で活用できるようにする。式への代入が難しいと感じる生徒には、グラフからの読み取りをすすめる。

[参考文献]

- ・文部科学省(2019). 中学校学習指導要領(平成29年告示)解説数学編, 日本文教出版答申
- ・国立教育政策研究所(2020). 「指導と評価の一体化」のための学習評価に関する参考資料
- ・国立教育政策研究所(2021). 全国学力・学習状況調査報告書・調査結果資料
- ・上川教育研修センター(2022). 研究紀要第47号
- ・明治図書『数学教育編集部』. 数学新3観点の学習評価完全ガイドブック
- ・明治図書『数学教育編集部』. 中学校数学前単元の導入ネタ辞典