

第78回 北海道算数数学教育研究大会 上川旭川大会 公開授業
B「図形」領域 第2学年 数学科学習指導案
授業者 松島 善朗（鷹栖町立鷹栖中学校）

日 時 令和5年10月27日 13:30～14:20

授業学級 鷹栖町立鷹栖中学校 2年B組(26名)

1 単元名 4章 平行と合同（使用教科書：教育出版「中学数学2」）

2 単元の目標

- ・平行線や角の性質，三角形の合同条件，証明の必要性と意味及びその方法を理解し，数学的な推論を適切に用いることができる。
- ・基本的な平面図形の性質を見だし，平行線や角の性質，三角形の合同条件などをもとにしてそれらを具体的に確かめたり説明したりすることができる。
- ・平面図形の性質及び証明のよさを実感して粘り強く考え，平面図形の性質や合同条件について学んだことを生活や学習に生かそうとしたり，平面図形の性質を使った問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしていたりしている。

3 単元の評価規準

本単元は，学習指導要領における第2学年「B図形」(1)(2)にあたる（文部科学省，2017）。

(1) 基本的な平面図形の性質について，数学的活動を通して，次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 平行線や角の性質を理解すること。

(イ) 多角形の角についての性質が見いだせることを知ること。

イ 次のような思考力，判断力，表現力等を身に付けること。

(ア) 基本的な平面図形の性質を見だし，平行線や角の性質を基にしてそれらを確かめ説明すること。

[用語・記号] 対頂角 内角 外角

(2) 図形の合同について，数学的活動を通して，次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解すること。

(イ) 証明の必要性と意味及びその方法について理解すること。

イ 次のような思考力，判断力，表現力等を身に付けること。

(ア) 三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり，証明を読んで新たな性質を見いだしたりすること。

(イ) 三角形や平行四辺形の基本的な性質などを具体的な場面で活用すること。

[用語・記号] 証明 ≡

前述した内容と学年の目標や内容等を踏まえ、単元の評価規準を次のように設定する。

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①平行線や角の性質を理解している。 ②多角形の角についての性質が見いだせることを知っている。 ③平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解している。 ④証明の必要性と意味及びその方法について理解している。	①基本的な平面図形の性質を見だし、平行線や角の性質を基にしてそれらを確認説明することができる。 ②三角形の合同条件などを基にして平面図形の基本的な性質を論理的に確かめたり、証明を読んで新たな性質を見いだしたりすることができる。 ③平面図形の基本的な性質などを具体的な場面で活用することができる。	①証明の必要性と意味及び証明の方法を考えようとしている。 ②平面図形の性質について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。 ③平面図形の性質を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。

4 単元構想の概要 ～B「図形」領域チーム 第2学年部会より～

第1学年では、図形の対称性や作図などの操作的活動、およびそれらの考察を通して、小学校で学習した知識を深め、図形に対する直観的な見方や考え方を広げる学習を行ってきた。

本単元では、対頂角や平行線の性質、多角形の角についての性質を考察し、三角形の合同条件などを使って簡単な図形の性質を演繹的に確かめていく。その過程で、数学的な推論の方法とその特徴を理解し、必要に応じて適切に使えるようにしていくとともに、今まで培ってきた論理的に考察し表現する能力をさらに伸ばしていくことがねらいである。

全国学力・学習状況調査では、図形領域において「証明の根拠として用いられている三角形の合同条件を理解しているかどうかをみる」趣旨の正答率が73.6%(R4)、76.1%(H31)、78.9%(H29)である一方、「筋道を立てて、事柄が成り立つ理由を説明できるかどうかをみる」趣旨の正答率は13.3%、無回答38.0%(R4)、「ある条件の下で、いつでも成り立つ図形の性質を見

だし、それを数学的に表現することができるかどうかをみる」趣旨の正答率は29.3%、無回答率28.4%(R3)という結果になっている。

一方、将来の変化を予測することが困難な時代において、「蓄積された知識を礎としながら、膨大な情報から何が重要かを主体的に判断し、自ら問いを立ててその解決を目指し、他者と協働しながら新たな価値を生み出していくこと(文部科学省論点整理、2015.2030年の社会と子供たちの未来)」が求められている。

これらのことを踏まえ、本単元では、図形の関係性などに着目して問題を見だし、論理的、統合的・発展的に考え、数学的な表現を用いて考察する力を育成することが重要であると考え、毎時間の授業で目指す生徒の姿を、

図形の性質や関係について興味・関心をもち、論理的に考察し数学的に表現しようとする姿

と設定し、単元を通して数学的活動の充実を図り、以下を重視して指導を行うこととした。

(1) 図形の性質のおもしろさに触れ、論証に興味をもたせる指導

①学びの連続性

生徒が目的意識をもって主体的に取り組むことができるよう、相馬一彦氏が提唱する「問題解決の授業」を日常的に行っている。問題提示においては、学習の関連性を意識させ、生徒から新たな問いを引き出せるようにしたい。例えば、直線と角の学習では「3直線が1点で交わる場合」「3直線が2点で交わる場合」「3直線が3点で交わる場合」というように、学習のつながりが実感できる指導計画を立てることで、生徒の知的好奇心が高まるようにするとともに、統合的・発展的に考えようとする態度を育てるようにする。

②図形を考察することが楽しいと思う授業

生徒が予想したことや見いだした図形の性質などをもとに授業を展開する。生徒の発見や気づきから“なぜ、そうなるのか”“いつでもいえるのか”について筋道立てて考えることで、“なるほど!”“そういうことか!”と生徒が納得し喜びが感じられる授業を目指す。その際、図形を動的に捉えさせたり、条件や視点を変えて考えさせたりすることで、生徒が図形の不思議さやおもしろさを味わいながら数学的な見方・考え方が促されるよう、意図的に主体性を生み出す問題提示や発問の工夫等を行う。

単元を通して、「生徒が根拠を明らかにしながら考察することに親しみ、そのよさを実感できる授業」を大切に、「もっと図形を調べてみたい!」と図形を学ぶ楽しさを感じさせるとともに、図形を考察する魅力を伝えたい。

(2) 論理的に考察し数学的に表現する力の育成

①演繹的に確かめる必要性

図形の性質について、すでに明らかになっていることを根拠にして結論を導き出すことができることに気付かせたい。その際、小学校では主に実験、実測、観察などの活動を通して結果

を導いていたことと対比させ、数学的推論について触れるようにする。帰納的な推論ではすべての図形について調べることができないことから、演繹的推論の必要性を理解させた上で、証明の必要性やよさが実感できるようにしていく。

②筋道を立てて考えること

結果を導くプロセスを大切に、「～だから…になる」のように根拠を明らかにしながら説明する活動を通して、論証指導の素養を育むようにしていく。特に、証明では、生徒が構想や方針を明らかにして、見通しがもてるような指導を大切にしたい。そのためには、結論を導くために何がわかればよいかを明確にした上で、“与えられた条件を整理する”“着目すべき性質や関係を見いだす”ことを大事にしながら学習活動を継続して行う。

③数学的に表現すること

「証明を読む」「証明の修正に取り組む」などの活動を通して、証明の方法を理解できるようにする。特に、根拠を基にして相手に説明し合う活動や言葉にしなくても自分の考え方が他の人に伝わるようにまとめてペアやグループの人から意見をもらう活動など、互いに評価・改善する活動を適宜取り入れていく。また、ICTを利用し、それぞれの考えをみんなで共有することで、よりよい方法を考えたり、多様な見方や考え方を学べたりするようにする。自立的、協働的な学びを効果的に行い、より簡潔・明瞭な表現方法を身に付けられるようにしていきたい。

代 表 松本 圭代

メンバー 松島 善朗 池内 泰斗 岡田 哲

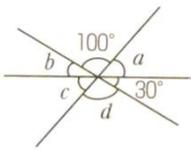
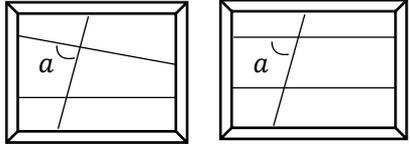
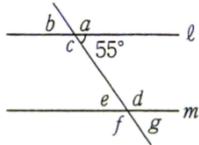
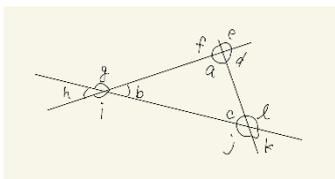
早川 裕章 中本 厚 玉置 英樹

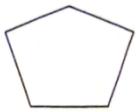
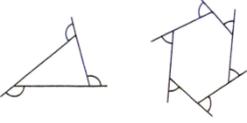
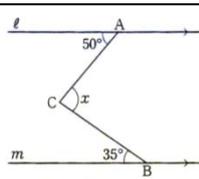
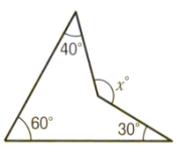
神谷 和廣 山崎 優輝 那須はるか

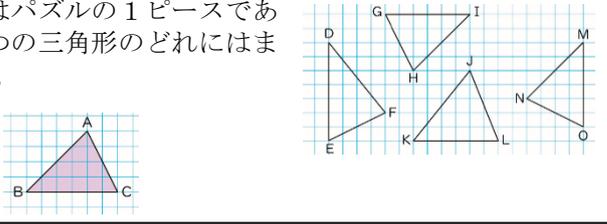
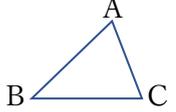
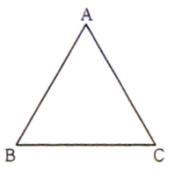
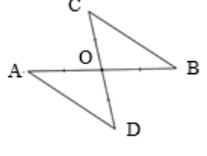
林 尚輝 高畑 昌史 長井 祐之

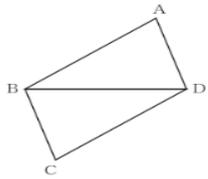
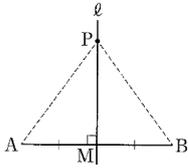
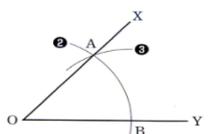
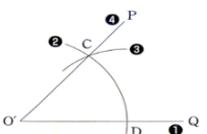
木本 貴仁 山田 哲平 干場 基貴

5 単元の指導と評価の計画（1節：第1時～第9時，2節：第10時～第16時，単元のまとめ：第17～18時）

時間	主な学習活動・問題	重点	記録	備考
1	<p>3直線が1点で交わってできる6つの角から，1つおきに3つの角を選んだ和を求めることを通して，対頂角の性質について理解できるようにする。</p> <p>【問題①】</p> <p>$\angle a \sim \angle d$は何度だろう。</p> 	知		知①：行動観察，ノート
2	<p>平行でない2直線に2点で交わる1つの直線をひいた図と平行な2直線に2点で交わる直線をひいた図の比較を通して，同位角や錯角の意味，平行線の性質について理解できるようにする。</p> <p>【問題②】</p> <p>2つのデザイン画で，$\angle a$と等しい角をみつけよう。</p>  <p>デザイン画 A デザイン画 B</p>	知		知①：行動観察，ノート
3	<p>平行線の性質の逆に考えることを通して，2直線が平行線になる条件について理解できるようにする。</p> <p>【問題③】</p> <p>右の図で，$a \sim g$のどの角が何度 のとき，$l \parallel m$になるだろうか。</p> 	知		知①：行動観察，ノート
4	<p>3直線が3点で交わるときにできた角の関係をを通して，三角形の内角の和や外角について平行線や角の性質を基にして説明することができるようにする。</p> <p>【問題④】</p> <p>$\angle a \sim \angle l$の角の間には，どんな関係があるだろうか。</p> 	思 態	○	思①：行動観察，ノート 態②：行動観察，ノート

5	<p>五角形の内角の和を求める2つの式を通して、多角形の内角の和について理解できるようにする。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>【問題⑤】</p> <p>五角形の内角の和を、次のような式で求めた。 (その1) $180^\circ \times 3$ (その2) $180^\circ \times 5 - 360^\circ$ それぞれどのように考えたのだろうか。</p> </div> 	知	○	知②：行動観察，ノート
6	<p>2つの多角形の外角についてこれまでの学習を利用して求めることを通して、多角形の外角の和は 360° になることを理解できるようにする。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>【問題⑥】</p> <p>三角形と六角形では、どちらの外角の和が大きだろうか。</p> </div> 	知		知②：行動観察，ノート
7	<p>平行線にはさまれた角について根拠を明らかにしながら考察する活動を通して、さまざまな方法で角の大きさを求めることができるようにする。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>【問題⑦】</p> <p>$l // m$ のとき、 $\angle x$ は何度だろうか。</p> </div> 	思 態	○	思③：行動観察，ノート 態②：行動観察，ノート
8	<p>問題⑦を統合的・発展的に捉えて考察することを通して、根拠を明らかにして様々な方法で角の大きさを求めることができるようにする。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>【問題⑧】</p> <p>$\angle x$ は何度だろうか。</p> </div> 	思 態	○	思③：行動観察，ノート 態②：行動観察，ノート
9	<p>小テストと節の振り返り →小テストから、これまでの学習の自己評価を行い、自分の課題を明確にしながら既習事項についての理解を深めるようにする。</p>	知 思 態	○ ○ ○	知①②：小テスト 思①③：小テスト 態②③：小テスト，ノート

10	<p>図形の線分や角の大きさに注目することを通して、合同な図形の意味や性質について理解できるようにする。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>【問題⑨】 下の△ABCはパズルの1ピースである。右の4つの三角形のどれにはまるだろうか。</p>  </div>	知	知③：行動観察，ノート
11	<p>△ABCと合同な三角形をかくためには、どの辺や角の大きさがわかればよいかを考えることを通して、三角形が1つに決まる3つの条件を確認し、三角形の合同条件を理解できるようにする。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>【問題⑩】 妹と一緒に△ABCとぴったり重なる型紙をつくりたい。辺BCの長さは3.5cmとわかっている。そのほかに何が分かっていたら型紙が作れるだろうか。 (できるだけシンプルな情報で)</p>  </div>	知	○ 知③：行動観察，プリント
12	<p>合同になるように2本の直線をかき入れ、2つの三角形が合同であるかどうかの判断をする活動を通して、三角形の合同条件について理解を深めることができるようにする。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>【問題⑪】 右の図の正三角形ABCの中に、2本の直線をかき入れるとき、合同な三角形をつくれるだろうか。</p>  </div>	知態	知③：行動観察，ノート 態②：行動観察，ノート
13 本時	<p>2つの三角形が合同であることを示す活動を通して、証明の必要性と意味について理解することができるようにする。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>【問題⑫】 右の図で、 $AO=BO$，$CO=DO$以外に 等しい辺や角を見つけよう。</p>  </div>	知態	○ 知④：行動観察，ノート 態①：ノート

14	<p>与えられた条件から何が言えるかを予想したことをもとにして、仮定、結論の意味および証明の仕組みを理解できるようにする。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>【問題⑬】 右の図で、 $AB = CD$, $AD = CB$ならば、 <input type="text"/> である。 <input type="text"/> には、何が入るだろうか。</p> </div> 	知 態	○ 知④：行動観察，ノート 態①：行動観察，ノート																
15	<p>証明を読んで評価・改善に取り組むことを通して、証明の仕方を理解することができるようにする。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>【問題⑭】 右の図のように、線分ABの垂直二等分線ℓ上に点Pをとると、$PA = PB$になる。下の証明で間違っているところを見つけよう。</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">$\triangle PAM$と$\triangle PBM$で、</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">仮定から、</td> <td style="padding: 2px;">$AM = BM$ …… ①</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;">$PA = PB$ …… ②</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">共通な辺だから、</td> <td style="padding: 2px;">$PM = PM$ …… ③</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">①、②、③より、3組の辺がそれぞれ等しいから、</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">$\triangle PAM \equiv \triangle PBM$</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">合同な三角形の対応する辺は等しいから、</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">$PA = PB$</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;">✕</td> </tr> </table> </div> 	$\triangle PAM$ と $\triangle PBM$ で、		仮定から、	$AM = BM$ …… ①		$PA = PB$ …… ②	共通な辺だから、	$PM = PM$ …… ③	①、②、③より、3組の辺がそれぞれ等しいから、		$\triangle PAM \equiv \triangle PBM$		合同な三角形の対応する辺は等しいから、		$PA = PB$	✕	知	知④：行動観察，ノート
$\triangle PAM$ と $\triangle PBM$ で、																			
仮定から、	$AM = BM$ …… ①																		
	$PA = PB$ …… ②																		
共通な辺だから、	$PM = PM$ …… ③																		
①、②、③より、3組の辺がそれぞれ等しいから、																			
$\triangle PAM \equiv \triangle PBM$																			
合同な三角形の対応する辺は等しいから、																			
$PA = PB$	✕																		
16	<p>作図が正しいことを証明の方針をもとに説明できるようにする。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>【問題⑮】 図1の$\angle XOY$と大きさが等しくなるよう、図2のように$\angle PO'Q$を作図した。$\angle XOY = \angle PO'Q$といえるだろうか。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>図1</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>図2</p>  </div> </div> </div>	思	思②：行動観察，ノート																
17	<p>章の問題 単元の学習を振り返り、各自で課題を見いだすことで、学習内容の定着を図れるようにする。</p>	知 思 態	○ 知①②③④： ○ ノート ○ 思①②③：ノ ート 態①②③：ノ ート																

18	単元テスト 単元全体の学習内容を問う問題のテストに取り組み、単元で学習した内容の定着度合いを自己評価できるようにする。	知 思 態	○ ○ ○	知①②③④： テスト 思①②③：テ スト 態①②③：テ スト
----	----------------------------------------------------------------	-------------	-------------	-----------------------------------------------

6 本時の目標

2つの三角形が合同であることを示す活動を通して、証明の必要性和意味について理解することができる。

7 本時の主張点

(1) 証明の必要性

『証明がわからない』『証明ができない』『証明を誤る』生徒がかなりいて、指導が難しい。その原因としては『証明の必要を感じていない』『証明の必要性がわかっていない』ということがあげられます。それは証明の指導の初期に取り上げられている命題の内容が、直観的にわかりやすく、「正しいとわかりきっていることをなぜ証明する必要があるのか』『わかりきったことについて、あと何をいう必要があるのか』と感じられているからである。また、証明問題が『…を証明せよ』というように、結論を明示していることも、証明の必要を感じさせなくしている原因となる。…省略」と杉山氏が述べるように、証明の指導では、「生徒に証明の必要性を感じさせるような授業」が求められている。本来、証明の必要性とは、証明の学習を進めていく中で生徒自身が実感していくものであるが、証明という用語に出会う本時の授業において、次のような手立てをとり生徒に証明の必要性を考えさせ、後の学習の意欲向上につなげていきたい。

(2) 主張の具体

① 根拠を示す必要性が生まれる問題提示

本時では、「 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ を証明しなさい。」という問題を提示するのではなく、「等しい辺や角を見つけよう。」という問題を提示する。直観的に見つけたものを含め、生徒自身が等しいと考えたものが「なぜ等しいと言えるのか」を考える中で、根拠を示す必要性を感じさせたい。

② 演繹的な推論の必要性

本時では、問題を提示する場面で生徒それぞれに条件に合う異なった図をかかせる。これは、「同じ条件でかかれた図が無数に存在すること」、「見いだした図形の性質が全員の図でも言えること」を確認するためである。自分のかいた図は1つの代表図であるが、証明することで条件を満たすすべての図で成り立つことが説明できたことを確認し、証明の必要性につなげていきたい。

③ 新たな図形の性質を見いだすこと

本時では、問題解決の場面において「新たに言える図形の性質はないだろうか」と発問する。それまで、長さの等しい辺や大きさの等しい角とその根拠を確認してきたが、新たに、錯角が等しいことから平行の関係にある2つの線分を見いだせることを確認する。

また、本時は「対頂角は等しい」という「いつでも成り立つ」図形の性質を用いて、2つの三角

形の合同を示している。このように「いつでも成り立つ」「必ず成り立つ」ことを示したこれまでの学習が、新たな図形の性質を見いだすことにつながっていることから、証明の必要性を感じさせたい。

(3) 生徒の実態を踏まえた主張点

証明を記述することは、生徒にとって決して容易なことではない。図1に示す北海道教育委員会の資料「本単元でよく見られる生徒のつまずき事例」においても、証明の構想の立て方や数学的な表現の用い方がわからず、証明を最初から最後まですべて書くことができないというつまずきが指摘されている。そのため、授業における「証明の方針と証明の表し方を関連付けて考察する場面の設定」「自分なりに証明を考える場面と、その証明を簡潔・明瞭の視点から記号化等を図り、よりよい表現に改善する場面の設定」の重要性が挙げられている。

2年B組の生徒は数学の授業において、課題の解決に向け自分の考えを自分なりの表現でノートに記述するなど、意欲的に取り組む生徒が多い。一方で、自分の考えを相手に伝わりやすく筋道立てて表現することを苦手とする生徒が少なくない。そのため、集団解決の場面において消極的に

第2学年 図形の合同

本単元でよく見られる生徒のつまずき

証明の方針の立て方や数学的な表現の用い方がわからず、何から考え、何から書いてよいか分からない。

証明の構想の立て方や数学的な表現の用い方がわからず、証明を最初から最後まですべて書くことができない。

授業での指導の工夫

【本時の目標】証明の方針の必要性と意味及びその立て方について理解できるようにする。

【証明の方針の立て方を明確化】

- 「結論から逆向きに証明の手順を考える」
- 「仮定や仮定から導かれる事柄を明らかにする」
- 「それらを結びつけるには他に何が分ればよいのかを考える」
- など、証明の方針を立てる場面を準備付けます。

【板書を工夫】

- 黒板の左に証明の方針、黒板の右に証書の書き方、黒板の右端に新たな見地を板書することにより、証明の方針と書き方を関連付けて考察できるようにします。

【合同条件等をカードで提示】

- カードを活用して三角形の合同条件等を提示し、視覚的に強調するとともに、何度も提示することで既習の内容を確実に定着できるようにします。

【数学的表記を修正】

- ペアでの対話や、教師と生徒とのやりとりを通して、自分なりに書いた証明を改善する場面を設け、3年間を見通して次第に簡潔で明瞭な数学的表現に近づけていくようにします。

授業づくりで大切にしたいポイント

- 証明の方針と証明の表し方を関連付けて考察する場面の設定
- 自分なりに証明を考える場面と、その証明を簡潔・明瞭の視点から記号化等を図り、よりよい表現に改善する場面の設定

図1 本単元でよく見られる生徒のつまずき事例（北海道教育委員会）

なってしまう傾向にある。そこで、生徒が少しでも自信をもって言葉で表現できるよう、日々の授業における個人思考の充実を図るとともに、生徒同士で自由に確認や意見交換をする場面、ペアでの活動や集団解決など、目的に応じて様々な学習形態を取り入れている。

本時から始まる証明の学習は生徒の課題を改善する絶好の機会と捉え、生徒が筋道立てて示すことや、「本単元でよく見られる生徒のつまずき事例」において指摘されている点を大切にしたい学習となるよう、授業を進めていきたい。本時においては、次のような手立てをとっている。

① 簡潔な表現と根拠

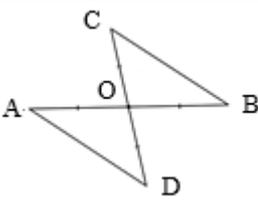
本時では、問題を解決する場面で生徒自身がかいた図の中から、長さの等しい辺や大きさの等しい角を見いだす。そして、予想したものを記号で表すとともに、等しくなる理由を端的に表現する。このように、ことがらが成り立つ根拠を示す活動や、記号を用いて簡潔に表現する活動を通して、筋道立てて簡潔に表現する練習の場としていきたい。

② 証明の意味と方針

本時では、問題を解決する過程で $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ を確認する必要性が生まれる。そこで、既習事項である三角形の合同条件の学習を振り返り、生徒とやり取りしながら説明の方向性を整

理していく。その際、結論を導くまでの過程を図で板書し、「証明」の意味理解を促すとともに、次時以降の「証明の方針」の学習につなげていきたい。

8 本時の展開 (13/18)

教師の働きかけ■, 主な発問●, 生徒の学習活動□, 予想される生徒の考え○	指導(・)と評価(■)の留意点
<p>1. 問題を提示する</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>【問題】 右の図で, $AO=BO$, $CO=DO$以外に 等しい辺や角を見つけよう。</p>  </div> <p>●「説明に沿って自分なりの図をかいてみよう。」 □生徒は、次の手順でノートに問題を書く。 ①ノートの罫線を使って、線分ABをひく。 ②線分ABの中点Oを実測の上とる。 ③中点Oを通る線分CD（線分CDの中点も点O）をひき、点AとD、点BとCをそれぞれ定規で結ぶ。 ④問題文を書く。</p> <p>2. 予想させる</p> <p>●「予想をノートに書いてみよう。」 □生徒は自分の予想を記号で表し、等しくなる理由をノートに書く。 ●「自分の予想が他の人の図でも成り立っているか数名と確認しよう。」 □自分の予想を、少人数で確認した後、発表する。 ○【予想される考え】 ①$\angle AOC = \angle BOD$ (対頂角は等しい) ②$\angle AOD = \angle BOC$ (対頂角は等しい) ③$\angle OAD = \angle OBC$ ($\triangle AOD \equiv \triangle BOC$が言えれば) ④$\angle ODA = \angle OCB$ ($\triangle AOD \equiv \triangle BOC$が言えれば) ⑤ $AD = BC$ ($\triangle AOD \equiv \triangle BOC$が言えれば)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・最初に線分ABのみを板書し、その後、口頭で図のかき方を説明する。生徒の後を追うようにして図を板書し、最後に問題文を板書する。 ・2名の生徒がかいた異なる図をテレビ画面で紹介し、同じ条件でかいてはいるが、一人一人の図が異なることを確認する。 【本時の主張点(2)②】 ・予想は記号で表し、その理由も端的に書かせる。 ・全体では、黒板の図でマグネットやマグネットバーを用いながら予想を確認する。 ・③～⑤は合同な図形の性質を使っていることを確認する。 ・「対頂角は等しい」はすでに正しいと認められていることであるのに対し、$\triangle AOD \equiv \triangle BOC$は正しいことが確認されていないことから、実測で確認した後、課題につなげる。 【本時の主張点(2)①,

T 「対頂角がいつでも等しくなることは、以前確認しました。しかし、今日かいた全員の図形で $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ は成り立つと言えるのでしょうか。」

S 「言えると思う。」「言えないのではないか。」「わからない。」

T 「では、合同を確かめる前に、一度実際に測ってみましょう。」

S 「等しくなりそう。」「少し違うかもしれない。」

T 「今日の図をかくときに、みんなで揃えてかいたことは何かな？」

S 「 $AO=BO$, $CO=DO$ 。」

T 「では、 $AO=BO$, $CO=DO$ ならば $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ であることを示してみよう。」

(3)①

3. 課題を設定する

【課題】

$AO=BO$, $CO=DO$ ならば, $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ であることを示そう。

・課題を板書する。

4. 個人思考, 集団解決

■説明のゴールが「 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ 」であることを確認した後、課題解決の方向性を図に整理する。

□課題解決の方向性を逆向きに考えながら全体で確認した後、生徒は〔三角形の合同条件〕,〔等しいところ〕を個人で考え、ノートにまとめる。記入後、小集団をつくり「 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ 」となる理由を確認する中で、自分の考えを表現し、他の生徒に評価してもらう。

〔ゴール〕 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$

↑

〔合同条件〕 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。

↑

〔等しいところ〕 $AO=BO$ (仮定)

$OD=OC$ (仮定)

$\angle AOD=\angle BOC$ (対頂角)

【本時の主張点(3)①②】

・図をかくときに全員で揃えた「 $AO=BO$, $CO=DO$ 」は仮定であることを確認する。

・〔等しいところ〕に $\angle OAD=\angle OBC$, $\angle ODA=\angle OCB$, $AD=BC$ を挙げた生徒には、その根拠を問うとともに、未だ $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ を示すことができていないことを確認する。

・説明の内容が自分のかいた図でも成り立つことを確認させ、 $\triangle AOD \equiv \triangle$

■課題を解決する。

□板書した図および生徒一人一人がかいた図を用いて、全員の図で成り立っていることを確認する。

(同じ条件のもとにかかれた) 一人一人の図は異なるが、全員の図で $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ を示すことができた。

■問題を解決する。

●「今日の問題で、(必ず) 等しくなると言えたところとその根拠を確認しよう。また、新たに言える図形の性質はないだろうか。」

- ① $\angle AOC = \angle BOD$ (対頂角は等しい)
- ② $\angle AOD = \angle BOC$ (対頂角は等しい)
- ③ $\angle OAD = \angle OBC$ ($\triangle AOD \equiv \triangle BOC$)
- ④ $\angle ODA = \angle OCB$ ($\triangle AOD \equiv \triangle BOC$)
- ⑤ $AD = BC$ ($\triangle AOD \equiv \triangle BOC$)

【新たに言える図形の性質】

- ⑥ $AD \parallel BC$ ($\angle OAD = \angle OBC$ または $\angle ODA = \angle OCB$)

5. 用語の確認

□教科書 p. 127 で「証明」の意味を確認する。

証明…あることがらが成り立つことを、すでに正しいと認められたことがらを根拠として、筋道を立てて示すこと。

●「課題解決の図の中で、『あることがらが成り立つ』『すでに正しいと認められたことがら』『筋道立てて示す』とは、具体的にどの部分でしょうか。」

- 「あることがらが成り立つ」
 - …「 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ 」
 - 「すでに正しいと認められたことがら」
 - …「 $\angle AOD = \angle BOC$ (対頂角)」
 - 「2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい」
 - 「筋道立てて示す」
 - … (例) ・理に合うようにする
 - ・手順をきっちり踏む
 - ・論理的に示す

BOCになることを確認する。(自分のかいた図は1つの代表図。条件を満たすすべての三角形で成り立つことが説明できた。)【本時の主張(2)②】

・波線部のみ板書する。

・本時の予想に戻り、問題の答えを確認する。

・⑥が出されない場合、③・④が錯角の関係であることに注目させる。

【本時の主張点(2)③】

・授業のタイトル「証明」を板書する。

・「すでに正しいと認められたことがら」に「 $AO = BO$ (仮定)」「 $OD = OC$ (仮定)」を選んだ生徒がいた場合、仮定は「その問題で与えられた条件であり、初めからわかっていること」であるため、含まれないことを確認する。必要に応じて教科書 pp. 133-134 を確認する。

・既習の「対頂角は等しい」も証明されていることを確認し、本時の「 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ の証明」につながっている(証明の根拠として使われている)

<p>[ゴール] $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$</p> <p>↑</p> <p>[合同条件] 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。</p> <p>↑</p> <p>[等しいところ] $AO=BO$ (仮定) $OD=OC$ (仮定) $\angle AOD = \angle BOC$ (対頂角)</p>	<p>あることがらが成り立つ</p> <p>筋道立てて示す</p> <p><根拠> すでに正しいと認められたことから</p>	<p>ことを確認する。 【本時の主張点(2)③】 ・「筋道を立てて示す」は、生徒の言葉を用いながら確認する。</p>
<p>6. 振り返り</p> <p>●「今日は『証明』について学習しました。では、『証明』は何のためにするのでしょうか。」</p> <p>□生徒は本時を振り返り、自分の考えをノートに書き、発表する。</p> <p>○【予想される考え】</p> <ul style="list-style-type: none"> ・「必ず」「いつでも」成り立つことを言うため。 ・条件を満たすすべての図で成り立つことを説明するため。 ・証明されたことを使い、新たな性質を見つけるため。 	<ul style="list-style-type: none"> ・数名の生徒の考えを全体で確認する。 ■「証明の必要性と意味について考え、理解している。」について評価する。(ノート) 	

9 板書計画

27 <証明> (予想)

問題

AO=BO, CO=DO 以外に等しい辺や角を見つけよう

課題

AO=BO, CO=DO ならば $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ であることを示そう

対頂角は等しい(必ず)
 $\angle A = 180^\circ - \angle C$
 $\angle C = 180^\circ - \angle A$
 よって $\angle A = \angle C$

一人一人の図は異なるが、全員の間で合同が言えた!!

新たな発見!!

証明は何のため?

- ・「必ず」「いつでも」成り立つことを言うため
- ・すべての図で成り立つことを言うため
- ・新たな性質を見つけるため

ゴール $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$

↑

合同条件 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

↑

等しいところ $AO=BO$ (仮定)
 $OD=OC$ (仮定)
 $\angle AOD = \angle BOC$ (対頂角)

筋道立てて示す

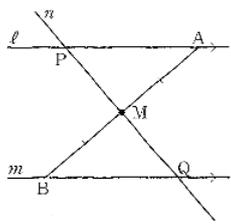
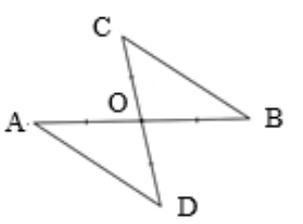
論理的
誰かが納得

あることがらが成り立つ

すでに正しいと認められたことから
pp.133~134

10 指導案ができるまでの変遷

(1) 「問題」と「課題」の検討

<p>【問題①】</p> <p>右の図で、 角の大きさや線分の長さが 等しくなる場所を見つけよう。</p>		<p>【図をかき条件】</p> <p>$l // m, AM = BM$</p>
<p>【問題②】</p> <p>右の図で、 $AO = BO, CO = DO$以外に 等しい辺や角を見つけよう。</p>		<p>【図をかき条件】</p> <p>$AO = BO, CO = DO$</p>

【問題①】【問題②】のいずれにおいても生徒は予想する場面において、「対頂角の性質」「平行線の性質」「合同な図形の性質」などを根拠に、角の大きさや線分の長さが等しい組を複数個見いだすことができると考える。【本時の主張点(2)①】

本時において【問題②】を選択した理由は、課題とのつながり等を意識し、以下の3点に配慮したためである。

- 1) 【問題①】【問題②】のいずれにおいても同じ条件でいろいろな図をかきすることはできるが、【問題②】は線分ABをノートの罫線にそって引かせることで、大きく3種類(線分CDが右上がり、右下がり、 $AB \perp CD$)に分類できると考えた。そうすることで、黒板及びテレビ画面において3種類の図を常に示すことができ、生徒は自分のかいた図に近いものを確認しながら授業を進めることができると考えた。
- 2) 長さの等しい辺や等しい大きさの角の根拠を説明する際に、【問題①】では「対頂角の性質」「平行線の性質」「合同な図形の性質」、【問題②】では「対頂角の性質」「合同な図形の性質」を示すことになり、【問題②】の方が $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ に焦点化しやすいと考えた。
- 3) 課題を命題の形で表現する場合、それぞれ次のようになると考えた。

【問題①】の課題「 $l // m, AM = BM$ ならば、 $\triangle AMP \equiv \triangle BMQ$ であることを示そう」

【問題②】の課題「 $AO = BO, CO = DO$ ならば、 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ であることを示そう」

 仮定と結論のつながりが生徒にとって理解しやすいのは【問題②】であると考えた。なお、課題を命題の形で表現したのは、次時の「証明の仕組み」につなげるためである。

(2) 「振り返り」の検討

本来、証明の必要性とは、証明の学習を進めていく中で生徒自身が実感していくものであると考える。そのような中、証明の学習の1時間目である本時において、「2つの三角形が合同であることを示す活動を通して、証明の必要性と意味について理解することができる。」と目標を設定した。これは、「証明は何のためにするのだろうか。」という問いに対し、次のような考えを生徒自らがノートに書いたり、理解することを目指すことで、後の(証明の)学習の意欲向上につなげる

ことを意図したものである。

- | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| ①証明は、「必ず」「いつでも」成り立つことを言うため。
②証明は、条件を満たすすべての図で成り立つことを説明するため。
③証明されたことを使い、新たな性質を見つけるため。 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|

証明の必要性を問う発問は【発問①～③】のようにいろいろ考えられるが、後の学習において生徒が証明の必要性を考える視点となることを期待し、本時では以下の【発問③】を使用した。

- | |
|------------------------------------------------------------------------|
| 【発問①】「証明のよさは何だろう。」
【発問②】「証明をする必要性は何だろう。」
【発問③】「証明は何のためにするのだろうか。」 |
|------------------------------------------------------------------------|

[引用・参考文献]

- ・文部科学省 (2018). 「中学校学習指導要領解説 数学編」. 日本文教出版
- ・「中学数学2 教師用指導書」. 教育出版
- ・国立教育政策研究教育課程センター (2020). 「『指導と評価の一体化』のための学習評価に関する参考資料【中学校 数学】」. 東洋館出版社
- ・文部科学省 国立教育政策研究所 (2021). 「令和3年度全国学力・学習状況調査報告書」
- ・文部科学省 国立教育政策研究所 (2021). 「令和3年度全国学力・学習状況調査解説資料」
- ・文部科学省 国立教育政策研究所 (2022). 「令和4年度全国学力・学習状況調査報告書」
- ・文部科学省 国立教育政策研究所 (2022). 「令和4年度全国学力・学習状況調査解説資料」
- ・杉山吉茂(2010). 「【復刻】公理的方法に基づく算数・数学の学習指導」 東洋館出版社
- ・中央教育審議会 論点整理 (2015). 「1. 2030年の社会と子供たちの未来」
- ・相馬一彦, 谷地元直樹 (2021). 「単元指導計画&略案でつくる中学校数学科『問題解決の授業』第2学年」. 明治図書
- ・相馬一彦, 谷地元直樹 (2022). 「新3観点对応! 中学校数学科『問題解決の授業』テスト問題&学習評価アイデアブック」 明治図書
- ・藤原大樹 (2018). 「『単元を貫く数学的活動』でつくる中学校数学の新授業プラン」. 明治図書
- ・永田潤一郎 (2021). 「数学的活動でつくる365日の全授業中学校数学2年下」. 明治図書
- ・玉置 崇 (2018). 「中学校新学習指導要領 数学の授業づくり」. 明治図書
- ・北海道教育委員会 算数・数学授業づくりヒントページ (2021). 「(中2) 5 図形の合同 (R2・R3生徒の『問い』や『気付き』を生かした指導の工夫)」