

比例とみなして問題を解決するよさを感じさせる指導の工夫

富良野市立富良野西中学校 若原慶裕
他4名

1 研究のねらい（設定理由）

私は、数学の授業を通して、複雑な問題を分析し、具体的な事象を抽象化したり、抽象的な概念を具体的な解決策に結び付けたりする能力を育成していきたいと考えている。なぜなら、こうした能力を伸ばすことが、より複雑になってきた昨今の社会問題と向き合い、より効果的な解決策を見出す人材の育成や、この世界で幸せに生きるためにも必要な力になると考えているからである。

具体を抽象に、抽象を具体にする能力を育成する上で、フォアキャスト（現在を起点に考える）やバックキャスト（未来を起点に考える）という考え方は大切な視点であると考えている。また、より明るい社会や未来を考えて実現してく上でも、この2つの考え方はとても大切だと考えている。中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編にも次のような記述がある。『日常の事象の中には、厳密には比例、反比例ではないが、ある問題を解決するために比例や反比例とみなして結論を得ることがある。二つの数量の関係を表やグラフで表し、その関係を理想化したり単純化したりすることによって比例や反比例とみなし、それによって変化や対応の様子に着目して未知の状況を予測できるようになることを知ることは重要である。（p87）』これは、まさにファキャスト的な発想である。

現在私は、中学校1年生の生徒たちの指導に携わらせてもらっているということもあり、“比例（もしくは反比例）とみなすことで、未来を予測（フォアキャスト）することのよさを感じられる授業”について考えてみようと思った。

そこで、本研究の目的を次のように設定する。

〈研究の目的〉

- ・比例とみなして問題を解決するよさとは何かを考察する。
- ・先行研究をもとに“よさ”を感じるために必要な場面（課題）について考察する。
- ・これらを踏まえた授業実践を行い、それについて

の分析や反省を行う。

2 研究の内容（具体的な取り組み）

（1）比例とみなして問題を解決するよさ

次の先行研究をもとに考えてみる。

ア：尻無浜由衣(2017)さんの『算数の「よさ」を実感できるようにするための授業デザイン』では、児童が算数の「よさ」を実感できるようにするために、教師は何をどうするのかについて、次のようなことも書かれている。

一方、教師が本時の学習内容に何かしらの「よさ」を感じていないと、児童が感じている「よさ」には気づけない。教師自身も本時の学習内容に「よさ」を実感する必要がある。児童が感じる「よさ」を何でもよいとすると、児童間で観点が定まらず「よさ」の実感の深まりに繋がらない。故に、教師が全体で観点や場面を設定する場合も必要になる。また、「よさ」は絶対的なものではなく相対的なものであり、本時の課題に合致せずとも別の場面で当てはまる場合がある。したがって、教師が意図せずとも、児童から出た「よさ」を臨機応変に授業に位置付けることで、算数の「よさ」の実感に繋がると考える。

この記述を踏まえると、まずは本研究でも、筆者が感じている・実感してほしいと考えている“比例とみなして問題を解決するよさ”について明確にし、その理由を記しておく。

◎不確定な未来に対して、1つの答えを導き出すことができること。その答えをもとに更に思考が深まること。

未来を予測しようしようとしたとき、変動が大きく、様々な要素が複雑に絡み合っていることが多い。そんな時に、変数を固定したり、一定だとみなしたりすることで、1つの答えを導き出し、そこから議論を進める（考え始める）ことには、生徒達

にとっても大きな意味があると考えている。

例えば、地球温暖化の問題(平均気温の変化)について考えるとき、二酸化炭素、メタン、森林伐採、経済活動など様々な要因が考えられます。こうした変数がどのように変化するかを全て予想してから平均気温を考えて議論するよりも、IPCC が公表している「排出シナリオに関わる IPCC 特別報告書」にあるように、B1, A1F1 のように“〇〇だった場合のシナリオ”を提示してから議論をした方がとても建設的である。

生徒達のレベルに話をもどすなら、例えば“2週間後に数学のワーク提出しなければいけない場面”が分かりやすい。この場合、まずは“毎日2ページずつ取り組もう(一定のペース)”と目標を立てる。「しかし、それでは前日に終わることになる」「土日に大会があるので、この2日間は学習ができない。」など、自分頭の中で考えはじめる。この思考が逆だったらどうだろう。始めに「土日の予定はどうなっていたか?」「メ切ギリギリでもよいのか?」様々なことを考え始めると、結局何ページずつ取り組めばよいかの答えに辿り着くのに時間が掛かってしまうのではないだろうか。

私たちは、問題を数学化し、それを解き、現実問題に照らし合わせてみるというサイクルを回すことで、よりよい答えに迫っていくことができる。比例とみなし問題を解決するよさは、このサイクルを回すはじめる為の1つの手段ともいえると考えている。

(2) “よさ”を感じるために必要な場面

今回の研究における“よさ”を実感するためには、未来を予測する場面、予測した内容をもとに理解を深める場面が必要となる。これらについて、3つの先行研究をもとに考えてみる。

ア：永田潤一郎(2004)さんの『「比例するとみなす」ことのよさについての考察』では、「みなす」ことの意味とその対象について次のようにまとめている。

ここでもう一度、「みなす」ことの意味を比例について確認しておくことにする。ある数量の関係を「比例するとみなす」とは、その数量関係が「授業で学んだ比例の定義には正確には当てはまらないが、比例すると考える」ということである。こうしたとらえ方の対象になるのは、大きく分けて次のような2つの場合かである。

①物理法則などとして、比例することがわかっているが、測定による誤差などの影響で、定義に当てはまらなくなる場合

②厳密な意味では比例するとは言えないが、比例に近い数量の関係になる場合

みなす対象が2つあると考えるという記述は大変参考になる。そして、①は多くの場合、自分で〇〇とみなすのではなく、「〇〇している」と教師が(または問題文で)説明を加える場面がある。自分で目的意識をもってみなすという活動がある分、①よりも②の方が、“比例とみなして問題を解決するよさ”をより実感することができると考えられる。そこで、本研究では②の場面を想定した授業を考える。

イ：藤原大樹(2010)さんの『一次関数を学ぶ意義と「みなす活動」についての一考察』では、みなすことの段階的指導について次のようにまとめている。

1 次関数を利用して社会における問題を解決する場面では、例えば次の事象Ⅰ、Ⅱ、Ⅲを区別し、段階的に扱うことが重要である。

Ⅰ. 1次関数である事象

Ⅱ. ほぼ1次関数である事象

Ⅲ. 1次関数かどうか不明な事象

ただし、この厳密な区分の仕方とその必要性については、理論的な考察を含めて一考の余地がある。なお、生徒の状況にもよるが、上記のⅢに関して、散布図による回帰グラフについて、中学校段階では代数的な手法に踏み込まず、データの多くを満足しそうな直線を手描き、もしくはグラフ電卓等のテクノロジーでかく方法が望ましい。

今回の授業でも、1次関数かどうか不明な事象を扱おうと考えていた。理由は、むやみに比例とみなしてしまう生徒を育てるのは意に反するという事、そして、比較する中で理解が深まると考えているからである。そこで、Ⅲを扱う場合はここに書かれている通り“データの多くを満足しそうな直線を手描き”することに留意したい。

ウ：榎原さん(2000)をはじめとした共同研究である『算数・数学のよさがわかる数学的活動に関する研究』では、日常的な事象について(小学校6年

生の比例の授業-速さが一定とは?-の考察や、算数数学のよさにかかわる探求活動を活性化させる方法について、次のようなことも書かれている。

〈日常事象〉

日常的な内容を扱った授業では、算数・数学の厳密さと実生活のあいまいさと絡めて考えるという学習になじめない児童生徒も見られた。日常事象を扱う際には、はじめに結果を予想し、その結果を検証するにはどうしたらよいのかを考えていく授業展開も考えられる。

〈活性化させる方法〉

本研究は、児童生徒に次のような問いを発し、解決していく場面に焦点をあてることにした。

- ①知っている方法は使えないか(発展性, 有用性)
- ②あてはまる答えは他にないか(一般性, 正確性)
- ③よりよい方法はないか(簡潔性, 能率性, 正確性, 美しさ)
- ④どんな場合でもあてはまるのか(簡潔性, 一般性, 能率性, 正確性)
- ⑤自分の考えは正しいか(一般性, 正確性)
- ⑥問題は発展させられないか(発展性, 有用性)

各項目の後の括弧内には、上記のような問いを発し解決していく探求活動を通して、児童生徒が結びつけることができると考えられる算数・数学のよさについて記した。

この研究の成果の中に、上記の①～④までの活動については生徒の主体性がいかされた授業を展開することができたということが書かれていたこと。また、上記の日常事象を扱う際の一考を踏まえると、①:知っている方法は使えないかという発問をはじめ、②～③の発問をする場面を今回の授業でも設定したい。

さて、ここまでの考察を踏まえ、未来を予測する場面や、予測した内容を深める場面について以下のようなことに留意しながら授業を構築することで、“比例とみなして問題を解決するよさ”を感じさせることができるのではないかと考えた。

(I)未来を予測する場面は、導入になる。提示する

問題は、生徒達が目的意識持って予測できる課題であり、且つ、厳密な意味では比例するとは言えないが、比例に近い数量の関係になるものを考える。また、知っている方法は使えないかと発問する場面を取り入れる。

(II)予測した内容をもとに理解を深める場面は、展開と終末になる。どうして比例とみなしたのかを交流することはもちろん、こちらから設定を変えたり、比例とならないもの(満足しそうな直線を手描きできないもの)を提示したりし、どんな場合でもあてはまるのか(比例とみなす方法は有効なのか)を考えさせる。

(3) 授業実践

ここまでの考察を踏まえ、以下の様な授業を行った。指導案は別紙の通りである。

《1学年「比例と反比例」の活用》

本時の目標: 伴って変わる2つの数量関係を見つけ、その関係をこれまでに学習した関数と捉えることで、問題を解決することができる

問題: 歯科検診があるので、保健室の前に何人かの生徒が並んでいます。Sさんが保健室に入る時間を予想できますか?

流れ: 歯科検診の際には、いつも行列ができる。今回はその列の様子を撮影し、生徒達に資料として与えた。動画を何度も見直ししながら、何番目に並んでいるか、1人何秒かかっているかなど、必要な情報を自分達で考え、時間を予測する。前半は行列に関して考察、後半はコロナの新規感染者数の推移について考察する。

指導の工夫①: 「歯科検診がいつ終わるか」という生徒自身が予測したいと思えるような日常事象を設定することで、よさを感じさせる一助となる。

指導の工夫②: 導入場面で「予測するために、これまでの学習で使えるようなことはありますか。」という発問をする。比例の学習が日常生活でも利用できること(有用性)を感じさせる一助となる。

指導の工夫③: 行列の場面を“レストラン”にするとうかがをさせさせる。1人ずつ入れ替わる状況ではなく、小グループ(ボックス席)での入れかえがあることに気がつかせることで、一定の意味の理解を深めさせる。

指導の工夫④: コロナの新規感染者数のように、既に結果が分かっている、尚且つ比例になっていない事象を扱うことで、比例とみなすことで問題を解決するよさについて、理解を深めさせる。

3 研究の成果と課題

(1) 指導の工夫①の成果と課題

生徒の体験にもとづく問題だったので、予測しようという意欲をもって課題に取り組むことがで

きた。しかし、必要感を持たせるという意味では不十分であった。「この後には、〇〇という予定があります。時間までに間に合うだろうか？」という設定を追加することで、更によくのではないかと考える。

(2) 指導の工夫②の成果と課題

既習事項の何が使えるのかを明確にすることにはとても意味があった。しかし、生徒の中には「比例の単元の学習をしているのだから、比例の知識を使うであろう」と予想した生徒もいた。

(3) 指導の工夫③の成果と課題

“どんな場合でもあてはまるのか”を考えさせることは、先行研究にもある通り有効であった。また、自分ではなかなかそういう疑問を持つことができない生徒もいることを考えると、今回の様に似たような状況を提示する方法はとてもよかったと考えている。

(4) 指導の工夫④の成果と課題

問題の中で出てくる単語が難しかったり、授業の中では“ある種のバイアスである”という言葉を使って説明したりしてしまったため、数学が苦手な生徒にとっては内容が難しく、短い時間の中で理解させてあげられなかった。ただ、結果が分かっている事象にしたことで、ぼんやりとした学びにならず、数学が得意な生徒にとっては、とても意味のある問題となった。

〈参考及び引用文献〉

- 1) 比例とみなすことのよさについての考察……永田潤一郎(2004)
- 2) 数学を用いて現実の問題を解決する授業の在り方……飯島政昭(2017)
- 3) 比例とみて問題を解くことのよさを感じさせる指導……清水宏幸(2003)
- 4) 1次関数を学ぶ意義と「みなす活動」についての一考察……藤原大樹(2010)
- 5) 一次関数とみなすことの段階的指導で扱う教材の分類と授業化……藤原大樹(2023)
- 6) 事象を読み取る力を高める関数領域の指導のあり方に関する研究～グラフを問題解決の道具として～……新井仁(2005)
- 7) 中学校学習指導要領解説数学編……文部科学省(2017)
- 8) 算数の「よさ」を実感できるようにするための授業デザイン……尻無浜由衣(2017)
- 9) 算数・数学のよさがわかる数学的活動に関する研究-考え出したり適用したりする場のある授業構想-……榎原真也, 長峰祐介, 小林達也, 斉藤茂, 山本直(2000)

数学科学習指導略案

日 時：令和5年10月11日（水）
 場 所：富良野市立富良野西中学校1年1組教室
 生 徒：第1学年1組34名
 指導者：若原慶裕

1 単元名 比例・反比例

2 本時の学習（13/15）

（1）本時の目標

- ・伴って変わる2つの数量関係を見つけ、その関係をこれまでに学習した関数と捉えることで、問題を解決することができる。（思考・判断・表現）

（2）展開

階	○主な学習活動	◇教師の働きかけ	・留意点など
導 入	問題 検診があるので、保健室の前に何人かの生徒が並んでいます。Sさんが保健室に入るのは何分後になるか予想できますか？※スプレッドシートに書き込んでください。		
	○できるかできないかを入力する		
	発問1 これまでの数学の学習の中に、予測するために使えそうな内容はありますか？※スプレッドシートに書き込んでください。		
	発問2 これから、動画を見せます。予想するためにはどこに注目をするといいでしょうか？※スプレッドシートに書き込んでください。		
	○解決の見通しをもつ。必要な情報を考える。		
展 開	○動画の続きを確認し、自分たちの予想が正しかったのか確認する。		
	発問3 人数と時間は比例していますか？※スプレッドシートに書き込んでください。		
		◇比例しているとみなすことで、予想をしていることに気がつかせる。	
	発問4・5 次の行列30の番目にSさんが並んでいる場合でも、同じように比例とみなして予測してよいですか？①ディズニーランドのポップコーン②ディズニーランドのレストラン		
終 末	問題 2020年1月に日本で初めてコロナの感染者が報告されました。 あなたは総理大臣です。また、緊急事態とは「新規感染者が300人に達した状態」とします。 “〇月〇日頃に緊急事態宣言を出す予定である”と各省庁のトップに内緒で連絡しますか？		
	・このままでは5月1日頃に300人達するので、その前にだす。		・多くの生徒が直線のグラフになると予想する
	発問6 予測するときに気を付けなければならないことはなんだと思いますか？		