令和６年度　第７９回　北海道算数数学教育研究大会

「主体的に学習に取り組む態度」の指導と評価方法の工夫・改善③
～練習問題と評価問題の考察～

北見市立北光中学校　　三宮　正裕　他４名

１　研究の背景

「主体的に学習に取り組む態度（以下，態度）」を適切に評価することが難しい現状から，生徒の理解の度合いを見取りやすい評価材料であるテストに注目し，テストにおける「態度」の評価問題を使って評価の改善ができないかと考え，継続した研究を行っている。先行研究から，「態度」は他の２観点を身に付けることに関わって育成されるものであることから，テストにおいてもこの２観点を見取る問題と一体的に評価することが大切であると確認できた。またその際，自分で考えたことを文章で記述する問題設定とすることが必要であると確認できた。

第106回全国算数・数学研究（大阪）大会では，これまでの研究内容を発表し，多くの示唆を得ることができた。その中で，学習内容や指導観から，どのような「態度」を育成するのかを，生徒の姿で具体的にして指導することの必要性や，「態度」という非認知的な部分を記述させる工夫について，一層研究する必要性を実感した。そこで本研究では，「態度」の指導に焦点を充て，「態度」を記述で表出させる工夫について考察する。

２　研究の目的と方法

目的①　「態度」を育成する指導の工夫と，育成した「態度」を記述によって表出させる工夫について考察する。

目的②　テストにおける「態度」の評価問題の内容や評価規準の設定の工夫・改善を図り，「態度」の評価の一部をテストで行うことの有効性について考察する。

方法①　先行研究をもとに，「態度」を育成する指導を明らかにするとともに，「態度」を記述で表出させる工夫について研究グループで検討し，授業実践を通して検証する。

方法②　実践した授業内容と関連する「態度」の評価問題を作成してテストを実施し，指導と答案の記述を照らし合わせ，「態度」が記述によって表出されたかを考察する。

３　研究の内容

（１）育成する「態度」について

「態度」の評価については，知識及び技能を獲得したり，思考力，判断力，表現力等を身に付けたりすることに向けた粘り強い取組を行おうとする側面と，粘り強い取組を行う中で，自らの学習を調整しようとする側面，という二つの側面から評価することが求められている。このような評価をするためにはどのような「態度」の指導が求められるのかを考察する。中学校数学科で育成を目指す「態度」として，中学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説　数学編[1)]には，「数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え，数学を生活や学習に生かそうとする態度，問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を養う」と示されている。これらを分類し，以下の表１のように整理する。

表１　「態度」の分類と内容

分類	内容
① 楽しさ・よさ	数学的活動の楽しさや数学のよさを実感している
② 生かす	数学を生活や学習に生かそうとしている
③ 評価・改善	問題解決の過程を振り返って評価改善したり，多様な考えを認め，よりよく問題解決しようとしている

これらの３つの分類の指導の例として，具体的な実践場面を通してそれぞれ次のように示す。

① 楽しさ・よさ

１年生の方程式の活用の最初に，次の図１のような問題を提示して授業を行った。

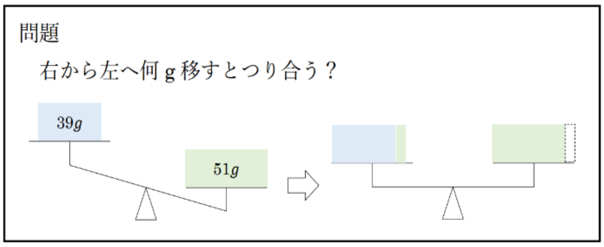


図１　方程式の活用の導入問題

この授業は，多様な考え方で解決できる設定であるが，問題の条件が複雑になってきた場合に，方程式を作ることができれば，形式的に処理して問題の答えを求められる数学的な表現や処理のよさを，生徒が実感できることを目標の１つとして行った授業である。

問題を提示した後，少し時間を取り考えさせると，「1g ずつ移動させる」「合計して半分にする」「方程式を作る」考えが出される。「どの考え方がいいだろう？」と問いかけると，1g ずつ移動させたり合計して半分にする方が「確実だから」「簡単だから」との考えが出された。そこで「方程式を作ることのよさは何だろう？」と問いかけると，「式を作れれば，計算で答えが出せる」との発言があり，形式的に処理できるよさを価値づけた。その後，確認問題として次の図２の問題を提示した。

確認

右から左へ何g移すと、左は右の４倍の重さになる？

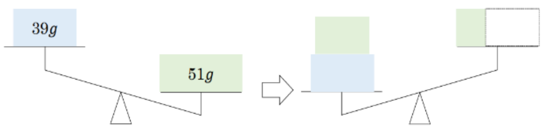
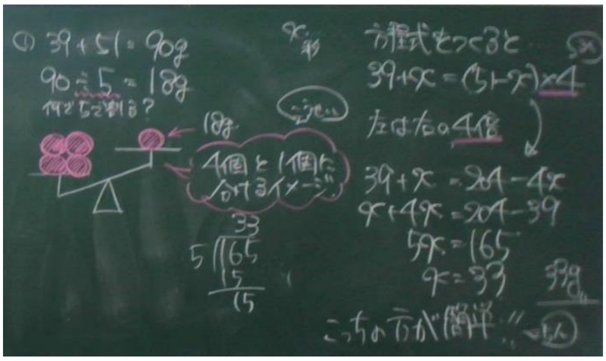


図２　方程式の活用の確認問題

この問題は生徒にとっては難しく，解決が進まない様子が見られたが，机間指導する中で「５で割るんだ」や「方程式を作っているんだ」など，生徒の取り組みの様子をつぶやきながら着想を広げたり，生徒自ら友達と考えを交流することにより，納得して解決した生徒が増えたようだった。ここでは「合計して５で割る」考え方と，「方程式を作る」考え方が出された。それぞれの考え方で解決した後，「どちらの考え方がいい？」と問うと，「方程式がいい」と考える生徒が一定数おり，理由を聞くと「簡単だから」「式さえ作れれば考えなくていいから」など，形式的に処理して答を求められる数学のよさを実感している生徒の姿や，方程式を作って解こうと粘り強く取り組む姿が窺えた。



時間の都合により，生徒の言葉で具体的に板書できなかったことは反省であるが，このように，数学的な表現や処理のよさに気付き，「知識・技能」や「思考・判断・表現」を用いて解決することで，数学のよさを実感できると考える。

② 生かす

数学を学習に生かす場面として，３年生式の値を求める授業を，次の図３の問題を提示して行った。

<問題>

$x=\frac{1}{2}$、$y=1$とする。次の式では、どちらが大きいか。

① $(2x+y)(2x-y)-(2x)^2$

② $(x+2y)(x-2y)-x^2$

図３　式の値を求める問題

この授業は，与えられた式にそのまま代入して式の値を求めることもできるが，代入する前に元の式を変形することで，計算量を減らしたり，複雑な計算処理をせずに式の値を求められることを理解し，既習事項である展開を生かすことのよさを生徒が実感できることを目標の１つとして行った授業である。

生徒はxやyの係数に注目するなどして直観的な予想をした。その後「どのように判断する？」と問うと，「代入する」「式の値を求める」との考えが出され，代入して式の値を求めることが課題となった。少し時間を取ると，「そのまま代入する」「展開してから代入する」の２通りの考え方が出された。考え方だけ取り上げ，再度時間を取って解決させると，「そのまま代入する」考え方で，②の式の値を正しく求めることができない生徒が一定数いた。一方，「展開してから代入」する考え方では，①と②のどちらもxを含む項がなくなるため，「計算が楽になる」「展開してから代入した方が簡単」など，既習内容である「展開」を生かして解決することのよさを感じている生徒の姿が窺えた。

また，数学を日常生活の考察や解決に生かす場面として，２年生の１次関数の活用の最後に，次の図４の問題を提示して授業を行った。

問題

ある日の富士山の各合目の最高気温は下のようになっている。

五合目 標高　約 2400m 気温　14.8℃	六合目 標高　約 2500m 気温　14.2℃
七合目 標高　約 2800m 気温　12.3℃	頂上 標高　約 3800m 気温　6.2℃

八合目（約 3300m）の気温は、どのように予測できるだろう？

図４　１次関数を利用して解決方法を説明する問題

この授業の主たる目標は，具体的な事象から取り出された２つの数量の関係を１次関数と見なし，表，式，グラフを用いて問題を解決する方法を説明することができることであるが，数学が数学の世界に留まらず，日常生活の場面の問題解決に生かすことができることを知ることや，現地に行って調べなくても数学を使って予測できることの有用さを知ることも目標として行った授業である。

生徒は標高と気温の変化から，変化の割合が一定であると考えて問題を解決した。解決の過程で教師が意図的に表を作ったり，数学的な説明となるよう生徒の言葉を適宜修正しながら予測方法を確認した。変化の割合が一定であることから，気温は標高の１次関数であることを確認し，「１次関数なのであれば，変化の割合以外で予測できないか」と問うと，グラフや式を使う考えが出された。表からグラフ，グラフから式を求める順番で，グラフと式を使った予測方法を説明させた。座標や代入など，数学的な表現を用いた説明に修正しながら確認していった。それぞれの方法のよさを比較させると，「グラフがあると見てわかるから」「式があると代入して正確な値が出るから」など，グラフや式を使うことのよさが出された。これらは，数学的な表現のよさであるが，「数学を使って予測ができた」ことに注目させ，数学が日常生活の場面での解決に生かせたことに気付かせることができた。

③ 評価・改善

２年生四角形の，平行四辺形になるための条件を使った証明で，次の図５の問題を提示して授業を行った。

問題

▱ABCD の辺 AD、BC 上に、それぞれ点 E、F を DE＝BF となるようにとる。

このとき、四角形 AFCE はどんな四角形になるだろうか。

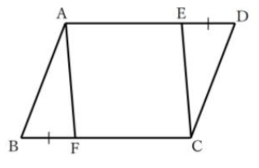


図５　平行四辺形になるための条件を使った証明の問題

この授業は，全文記述にこだわらず，注目した四角形が平行四辺形であることを図や式で証明できることを主たる目標として行った授業である。また，複数の証明方法が考えられる設定であることを生かし，証明の方針を比較することを通して，より適切な証明はどれかを条件の適応のしやすさに注目させて考えさせ，簡潔・明瞭な表現を認め，自身の考え方を振り返って改善しようとすることも目標とした授業である。

「四角形 AFCE は平行四辺形になる」との予想から，平行四辺形になるための条件のどれに当てはまるかを考えていく展開となるが，この問題設定では当てはまる条件は複数考えられる。生徒の多くは「△ABF≡△CDE から AF＝CE を示して，２組の対辺がそれぞれ等しいことをいう」場合と，「辺の長さの関係から AE＝CF を示して，１組の対辺が平行で長さが等しいことをいう」場合のどちらかに考えが分かれた。それぞれ証明の方針を確認した後，「どちらの考え方がよいだろう」と発問すると，「三角形の合同に慣れているから」など，合同を示す考え方についてのよさが述べられたが，「なぜ他の考えを選ばなかったのか」と発問すると，「三角形の合同を証明するのはまわりくどい」「証明の記述が長くなる」など，合同を示す考え方を選ばなかった理由として，条件の適用のしにくさや，証明の記述が煩雑になることなどが述べられた。このような生徒同士の対話を通して，合同を示す考え方を見直す生徒の姿が窺えた。加えて，数学科で育成を目指す資質・能力である数学的に表現することに関わり，より簡潔で，的確な表現に質的に高めることができたと捉えた。

以上，３つの分類の指導の例を示したが，育成する「態度」について，学習内容や単元の学習がどの程度進んでいるのかに影響される部分があるように思う。そのため，指導と評価の一体化の視点から，どのような「態度」を育成するのかを生徒の姿で具体化し，どのような「態度」が育ってほしいかという指導観を明確にもつことが大切であると考える。

（２）「態度」を育成する指導の工夫

先行研究から，「問題解決の授業（相馬，1997)」において，「態度」の育成を目指した授業実践に伴う留意点や，効果的な指導は以下の２点であることを確認した。

・単元全体を見通して，「態度」の育成を意図した指導計画を立てる。
・個人思考や集団解決の場面で，予想や考え方を比較する活動を意図的に設定した授業実践を行う。

これらのことを基盤とし，以下の①から③の指導を加えることが「態度」の育成に有効ではないかと考えた。

①数学的な価値を語らせる
②他者の考え方に対して助言を求める

③誤答に対して同じ間違いをしないための注意点を語らせる

①について，本時で育成を目指す「態度」に関わる数学的な価値を，改めて生徒の言葉で表現させることと捉える。本項（１）①で示した例では，数学的な表現や形式処理のよさを実感することも目標として行った授業であるため，多様な考え方が出され，比較した後改めて「方程式を作って解くことのよさは何だろう？」と問いかけている。このことは，育成を目指す「態度」を意図的に指導する上でも大切にすべきであると考える。

②について，複数の考え方の比較を通して，考え方を振り返り，より望ましい考え方に改善していこうとする態度を育成することと捉える。例えば現項（１）③で示した例で，三角形の合同を介した証明ではなく，１組の対辺が平行で長さが等しいことを使った方が証明として望ましいと確認された後，「もし，同じ問題を三角形の合同を使って証明しようとしている人がいたら，どんな話をする？」と問いかけると，手間，不適応，簡潔・明瞭の視点から生徒の言葉で「だから，こっちの方法がいいよ！」というような発言が期待できるのではないかと考える。

③について，早勢[2]は，「「比較」を意図的に仕組むことで，考える対象が具体的になり，考えることが促され，確かな「理解」につながるのではないだろうか。」と述べている。また，「確かな「理解」を図るには，比較の場面を位置付ける一つの方策として，「誤答」を活用することが考えられるのである」と述べている。これらのことから，誤答をきっかけとして比較する場面を設定し，比較を通して学習内容の確かな理解を目指した展開が期待できる。誤答に対して，生徒がこれまでの既習内容をもとに誤りを指摘し，誤答と正答あるいは複数の正当を比較する活動が想定されるが，そこで誤答に対する共感を求めながら，「このような間違いをしないために，注意することは何だろう？」と問いかけると，身に付けている数学的な知識・技能や働かせた見方・考え方をもとに説明する生徒の姿が期待できる。このことを通して，数学的な知識・技能を確実に用いることができるようになったり，身に付けた内容を振り返って評価することにつなげられるのではないかと考える。

（３）「態度」を記述で表出させる工夫の考察

当然ではあるが，「態度」を文章によって評価するためには，自分で考えたことを，文章で記述できることが必要である。そのため，日々の授業においても，文章で記述する機会を確保することが求められる。そこで，練習問題に取り組む場面で生徒に記述させることが有効ではないかと考えた。練習の時間は，本時の学習の定着を図る時間であるが，「態度」の記述も求めることで，文章で記述する機会を確保し，「態度」の定着も図れるものと考える。

そこで，現項（２）で示した①から③の指導に対する練習問題として，それぞれ次の図６から図８ように例を考えた。

①数学的な価値を語らせる練習問題

練習問題
下の表は，ある中学校で４月から９月までに集めたペットボトルのキャップの重さを表したものである．

月	４月	５月	６月	７月	８月	９月
重さ	3014 g	2993 g	2991 g	3008 g	3006 g	3012 g

１か月あたりに集めたキャップの重さの平均を求めるのに，「基準を決め，基準との差を使う」ことのよさは何でしょうか．文章で書き，「基準を決め，基準との差を使う」方法で平均を求めなさい．

図６　正の数，負の数の活用の練習問題

具体的な問題から平均値を求める活動を通して，仮平均を使った平均値の求め方を理解し，仮平均を使って平均値を求めることができることを主たる目標とした授業を想定してこの練習問題を考えた。２桁または３桁の数値の平均を求める過程で，小学校段階までの平均の求め方と，仮平均を使った平均の求め方が出される。それらを比較させ，「仮平均を使って平均を求めることには，どんなよさがあるだろう」と問いかけると，生徒から「計算が楽になる」「早く平均が求められる」などが出される。その後，図６の練習問題を提示すると，生徒は数値が４桁と大きくなっても楽に平均が求められることを実感しながら，ノートに仮平均を使うことのよさが記述されるのではと考える。

②助言を求める練習問題

練習問題
方程式 $(2x-3)^2=49$ を，これから解こうとしている人に対して，どのような助言が考えられますか．助言内容を文章で書き，助言に沿うように解きなさい．

図７　２次方程式の解き方の練習問題

二次方程式に応じて，どの解き方で解くことが望ましいかを判断して解くことができることを主たる目標とした授業を想定してこの練習問題を考えた。ここでは，既習の二次方程式の解き方を振り返り，自分の解き方を改善しようとする態度を身に付けることも期待できる。いくつか二次方程式

を提示し，どの方法で解くかを判断して解く過程で，解く方法の判断基準に加え，解が平方根を持つ場合は根号の中を小さくする，約分できるときは約分する，両辺を文字で割らない等，解く際に気を付けるべき内容を強調しておく。その後，図７の練習問題を提示すると，生徒はどのように解くことが望ましいかを考えて助言内容を考えたり，その方法で解く際気を付けるポイントも助言としてノートに記述されるのではと考える。

③注意点を語らせる練習問題

練習問題

右のグラフは，関数$y=-\frac{1}{3}x^2$のグラフである．xの変域が$-3\leqq x\leqq 6$のときのyの変域を，Ａさんは$-12\leqq y\leqq -3$としたが間違えている。yの変域を求めるとき，どんなことに注意するとよいでしょうか．文章で注意点を書き，正しいyの変域を求めなさい．

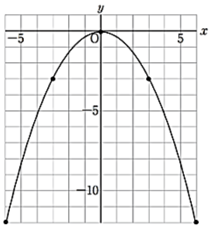


図８　関数$y=ax^2$の変域の練習問題

関数$y=ax^2$のグラフをもとに変域を考える活動を通して，xの変域に０を含む場合には，yの最小値あるいは最大値が０になることを理解し，yの変域を求めることができることを主たる目標とした授業を想定してこの練習問題を考えた。yの変域を求める場合，xの変域の両端の値を代入して求められる経験があるため，これによる誤答は生徒にとって共感性の高いものとなる。グラフをもとに考えていくと，yの変域の誤りに気付いて修正する流れとなる。その後，yの変域を求める練習をした後に「yの変域に０が出てくるのはどんなときだろう」を問うと，「xの変域に＋と－があるとき」や「xの変域に０を含む場合」などが出され，これらを関数$y=ax^2$のyの変域を求める場合の注意点としてまとめる。その後，図８の練習問題を提示すると，xの変域の両端の値を代入するだけでは求められない場合がある等，共感性の高い誤答に対し，授業で理解したことをもとにした注意点が記述されるのではと考える。

また，ここで示した練習問題は，授業で指導した「態度」を表出させるためだけではなく，他の２観点の定着を図りながら「態度」の定着も目指す問題となるよう意識した。

（４）「態度」を評価するテスト問題の工夫

先行研究から，「態度」を評価するためには，自分で考えたことを，文章で記述できることが必要であると確認できた。そして，自分で考えたことを記述しやすくする工夫として，次の２通りの問題設定が効果的であると確認できた。

①複数の解答方法を提示し「あなたなら，どの方法で解きますか」と問う，立場を明らかにする問題設定
②複数の解答方法が考えられる問題を提示し，「あなたなら，どのように解きますか」と問う，自分で考えたことを記述せざるを得ないような問題設定

また，本項（２），（３）で示した「態度」を育成する指導の工夫と，「態度」を記述で表出させる工夫を通した実践により，価値や助言，注意点について記述する経験が増えるため，考えたことを記述しやすくする工夫として，価値や助言，注意点についての記述が伴う問題設定も効果的ではないかと考えた。

また，テストを実施するにあたって，前年度までの実践の反省から，テスト全体の問題量を配慮すること，問題の指示を極力減らしながらも，生徒が記述しやすいよう解答欄を工夫することに注意する。

これらのことを踏まえ，本研究グループでは学年ごとに担当者を決め，単元を通して授業実践，テストによる「態度」の評価を行うこととした。

４　単元を通した授業実践とテストによる「態度」の評価問題

本項では，授業実践とテストによる「態度」の評価問題を実施した結果について考察する。なお，各学年の担当者は以下の通りである。

（１）第１学年　 寺山泰生（紋別市立紋別中学校）
（２）第２学年　 工藤丈寛（北見市立東相内中学校）
（３）第３学年　 村松翔太（北見市立光西中学校）
（４）第３学年　 中島寛太（北見市立東相内中学校）

※評価問題の評価規準，生徒の回答と実際の評価，研究の成果と課題については発表当日までに作成

（１）第１学年　１次方程式における実践

ア　「態度」の育成を目標とした授業

①　小数を含む方程式を整数に直して解く解き方のよさを感じさせる授業

係数に小数を含む方程式の授業を，次のことを目標として行った。

・係数に小数を含む方程式を，既習の１次方程式に帰着させて解くことができる。【知識・技能】

・方程式に応じて能率のよい解き方を考えようとしている。【主体的に学習に取り組む態度】

次の図９の問題を提示して授業を始めた。

問題
次の方程式を解きなさい。
$0.5x-1=0.2x+0.5$

図９　小数を含む方程式を解く問題

問題を提示した後，少し時間を取って考えさせると，係数に小数が含まれていることに戸惑い，手が止まる生徒が多かった。しかし，一人の生徒が「普通に解けばいい」と発言したことをきっかけに，ほとんどの生徒が小数のまま移項を使って解き始めた。机間指導の際に，小数を整数に直して解いている生徒を確認し，２通りの解き方を全体で共有した。この時点ではあえて「どちらの解き方のほうが解きやすいか」とは聞かず，練習問題として次の問題を提示した。

練習問題
次の方程式を解きなさい。
(1) $1.1x=0.9x-1.8$
(2) $0.3x+0.54=0.12x$
(3) $0.5x-2.5=-x+8$

「どちらの解き方でもよい」としたうえで取り組ませると，整数に直すことに手間を感じているのか，整数に直してから解こうとしている生徒は２割程度しかいなかった。しかし，答え合わせの際に「整数に直せばよかった」「だから（整数を１０倍しなかったから）間違えたのか」という発言が聞こえた。これらの発言に対し「なぜそのように思ったのか」「どのような間違いをしてしまったのか」を問いながら，整数に直して解くことのよさや，整数に直す際の注意点について全体で共有し，自分なりの表現でノートにまとめさせた。

ここで改めてどちらの解き方のほうが解きやすいかを問うと，整数に直す解き方を選ぶ生徒が６割程度まで増えた。残りの４割の中には，「問題による」と発言した生徒がいたので，問題のどのような部分に注目して使い分けるのかを問い返し，自分のノートのまとめにつけ加えることを促した。

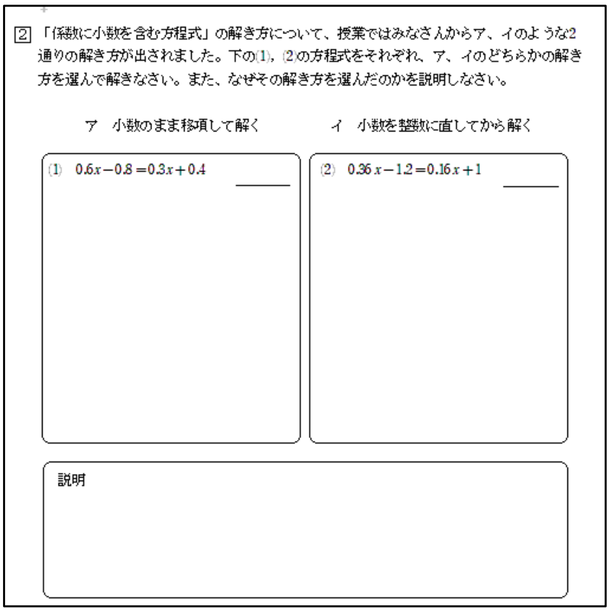
最後に，教科書の問題で練習問題と同様の問題に取り組ませると，整数に直してから解こうとする生徒がさらに増え，誤答も減った。

このように，練習問題を通して解き方のよさや注意点について，書いたり話したりすることができる場面を意図的に作ることで，より能率のよい解き方を考える「態度」を身に付けさせることができた。

本項で紹介している授業は小数の方程式のみだが，ここで示した「態度」の目標については，小数の方程式だけではなく，移項を使った解き方の授業から比例式の授業まで，単元を通して設定している。授業では，移項を使った解き方や，分数の方程式，比例式の授業においても，複数の考え方を比較や練習問題をきっかけとして，解き方のよさや注意点について記述させたり，生徒同士で助言させたりする場面を設定して指導している。

イ　評価問題の作成とテストの実施

「態度」の指導を踏まえ，次の図 10 の評価問題を作成した。


２ 「係数に小数を含む方程式」の解き方について、授業ではみなさんからア、イのような2通りの解き方が出されました。下の(1)，(2)の方程式をそれぞれ、ア、イのどちらかの解き方を選んで解きなさい。また、なぜその解き方を選んだのかを説明しなさい。

ア　小数のまま移項して解く　　イ　小数を整数に直してから解く

(1)　$0.6x-0.8=0.3x+0.4$

(2)　$0.36x-1.2=0.16x+1$

説明

図 10　方程式の評価問題

実際に授業で扱った解き方を示し選ばせることで，解き方の説明やもう一方の解き方との比較がしやすくなるように問題を作成した。授業において，すべての項が 10 分の１の位の小数だった場合は小数のまま解く生徒が多かったことと，位が統一されていない場合には整数に直してから解く生徒が多かったことを踏まえ，このような２問を出題することにした。また，一方の問題を整数に直す必要性が感じられにくい問題にすることで，問題の比較を通して，整数に直してから解くことのよさや，注意点についての記述がより具体的になることを期待した。授業と同様に，両方の問題を必ず整数に直してから解くことを期待しているのではなく，自分が選んだ解き方が能率的であると考える根拠を明確に述べることを期待している問題で

ある。記述については，「説明しなさい」としか指示していないが，説明の中には「よさ」や「注意点」「比較」を取り入れて記述することを全単元で求めており，これまでも同様の問題を出題している経緯がある。

（２）第２学年　１次関数における実践

ア　「態度」の育成を目標とした授業

①　点が動いた長さと三角形の面積の関係を表，グラフ，式を用いて明らかにする授業

動点の授業を，次のことを目標として行った。

・事象の変化の様子を，表，グラフ，式で表現し説明することができる。【思考・判断・表現】
・問題解決の過程を振り返り，それぞれの場面で表，グラフ，式のよさを説明しようとしている。【主体的に学習に取り組む態度】

次の図 11 の問題を提示して授業を始めた。

問題
右の図のような長方形ＡＢＣＤがあり，点ＰはＡを出発して，長方形の辺上をＢ，Ｃを通ってＤまで動きます。
点Ｐが，Ａから$x$cm 動いたときの△ＡＰＤの面積をｙ㎠とする。面積が９㎠になるのときの，xの値はいくつでしょう。

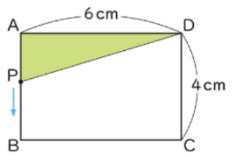


図 11　xの値を求める問題

問題の図の点ＰをＡからＤまで動かし，それに伴って△ＡＰＤがどのように変化するのかを動的な映像をもとに確認してから，少し時間を取って考えさせた。この問題を１度考えたときに，三角形の面積が９㎠になれば良いから，ＡＤを底辺として，高さＡＰを３cm にして考える生徒が多くいた。６×３÷２＝９という式を立てている生徒を指名し，x＝３が正しいことを全体で確認した。ここで，「面積が９㎠になるときは，一度しかないよね。」と，生徒に問いかけて揺さぶると，「まだある！」と話が出てきた。そこで，他に面積が９㎠になるxの値を求めることが課題となった。

個人思考の時間を取ると，△ＡＰＤの面積の変化の様子を，表やグラフ，式を使って表し，x＝３以外の答えを導く姿が見られた。表では，面積が増加したり，一定になったり，減少するなど，問題の図と関連付けて考えることができた。一方で，面積が一定にならず，増加し続けている生徒がいた。そのため，表を全体で確認するときに，教師が意図的に面積を３ずつ増やし続けた表をかいた。当然生徒からは「違う！」と反応があるが「え，面積は３ずつ増えていくんじゃないの？」ととぼけることで，「面積が一定になるときがある」との生徒の発言を引き出し，生徒が問題の図を用いながら説明し，理解を促す展開にすることができた。また，グラフは次の図 12 のような考えが出てきた。

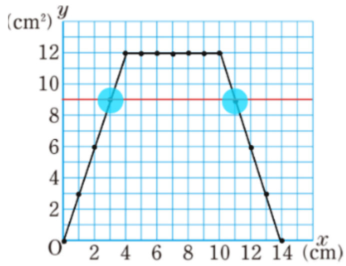


図 12　点Ｐが動いたときのグラフ

図 12 は表を基にグラフをかいた後，y＝９のグラフをかき加えたものである。生徒は，y＝９と△ＡＰＤの面積の変化の様子を表したグラフとの２つの交点に注目しており，２つの交点のx座標が答えになっていると説明した。説明を聞いた生徒からは「なるほど」「確かに」「わかりやすい」などの発言があり，グラフを用いて判断する方法を理解したり，視覚的にわかりやすいというグラフのよさを実感する様子が窺えた。このグラフを確認するところまでで１時間を終えた。

次時に，この図 12 を使い，y＝８のときのxの値は？という問題を提示した。少し時間を取って考えさせると，手が止まる生徒が多くいた。そこで「何に困っているの？」と聞くと，生徒から「グラフでは，xが整数でないから読み取れない」との発言があった。「値はどのように求められるだろう？」と問いかけると，生徒から「式を使う」考えが出されたため，図 12 のグラフや前時の問題の図から作った式を確認し，y＝８を代入して答えを導いた。

解決後，「式を使うことのよさは何だろう？」と問いかけると「正確な値が出せる」「グラフでは読み取れない値も求められる」など，生徒が感じた式を用いることのよさが出された。加えて，「グラフにはよさはないのかな？」と問いかけると，生徒からは「値によるけど，計算しなくてもよい」「増えたり減ったりもわかる」など，式には見られないよさを語る姿が見られた。

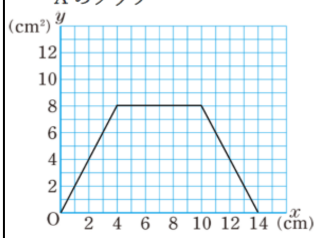
このように授業を展開することで，問題の図から表，表からグラフ，グラフから式へと関連付けながら，生徒が必要感をもって主体的に思考し続ける展開にすることができた。

練習問題として，次の問題を提示した。

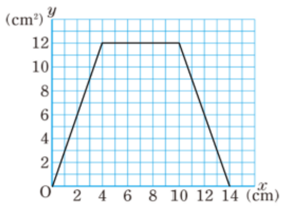
練習問題
下のＡ・Ｂのグラフは、△APD の面積の変化の様子を表したグラフです。以下のように（問題）が出たときに、あなたなら、Ａ・Ｂどちらのグラフを使いたいですか？選択しなさい。また選択した理由を答えなさい。

（問題）△APD の面積が３㎠のときのxの値を求めなさい。

Ａのグラフ



Ｂのグラフ



解答欄

Ａ・Ｂ	選択した理由

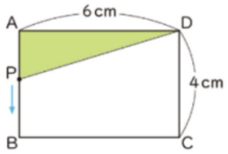
グラフの利点と難点を踏まえて説明できるよう，２通りのグラフから選択する問題を作成した。Ａのグラフを用いても問題を解決できるが，生徒の多くはＢのグラフを選び，授業で確認した視覚的なわかりやすさや計算の手間が不要なことを理由として記述する姿が見られた。

イ　評価問題の作成とテストの実施

「態度」の指導を踏まえ，次の図 13 のような評価問題を作成した。

Ａさんは、下の【問題】について次のように考えたが、悩んでいる様子である。あなたなら、Ａさんにどのようにアドバイスをしますか。解答欄に、アドバイスともう一つの答えをかきなさい。必要であれば、解答欄の表の枠や座標平面を使ってもよい。

【問題】
右の図のような長方形 ABCD があり、点 P は A を出発して、長方形の辺上を B、C を通って D まで動きます。
点 P が A から x cm動いたときの△APD の面積を y cm² とする。△APD の面積が 6 cm²になるときの x の値を求めなさい。



（A さんの考え）
AP の長さが 2 cmの時に、△APD の面積が、6 × 2 ÷ 2 = 6 になるから、$x = 2$だとすぐに分かるけど、もう 1 つのxの値が分からないな。どうしよう！？

（解答欄）

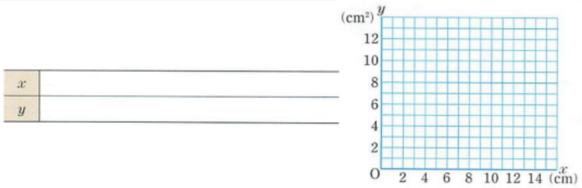


図 13　１次関数の評価問題

表やグラフ，式のいずれかを使って表現し，解決する問題とした。相馬[3)]は，テスト問題の改善の視点として次の２点を強調している。

- 授業との関連を重視したテスト問題
- 結果だけを覚えていてもできないようなテスト問題

授業で強調したことの定着や，授業への意欲を支えるうえでも大切にしたい視点である。そのため，授業において，表，グラフ，式を相互に関連付けながら生徒が主体的に試行し続けるきっかけとなった問題を評価問題として位置づけた。また，授業の展開と同様，もう１つのxの値をどのように求められるかを考えさせる問題となるよう意識した。

この授業では，生徒は表，グラフ，式を必要に応じて使い分けて答えを求めてきた。そのため，評価問題でも表やグラフ，式を生徒が必要感をもって扱ったことがわかるよう，表の枠や座標平面を解答欄に加えた。また，アドバイスをさせる問題設定とした。他者の考え方に寄り添いながら考え方を記述するので，単に問題を解決する手順や考え方の説明に留まらず，表，グラフ，式を用いることのよさを踏まえた記述が期待できると考えた。

（３）第３学年　２次方程式における実践

ア　「態度」の育成を目標とした授業

単元全体を通して，次のような工夫をして問題解決の授業を行った。

①　２次方程式に応じて，解き方を工夫する授業

いろいろな２次方程式の解き方について考える授業を，次のことを目標として行った。

- ２次方程式に応じて，解きやすい方法を選びながら，工夫して解くことができる。【知識・技能】
- ２次方程式を，特定の方法で解くことのよさや，解く際の注意点に着目しながら解こうとしている。【主体的に学習に取り組む態度】

次の図 14 の問題を提示して授業を始めた。

【問題】
次の①～④の中で，解の公式を使って解くとよいのはどれだろうか？
① $x^2-x-72=0$　　② $2x^2-3x+1=0$
③ $4x^2=9$　　④ $x^2-6x+7=0$

図 14　複数の２次方程式から，解の公式を使うのはどれかを問う問題

問題を提示した後，挙手で予想を確認した。その後，「方程式によって，解き方の判断の仕方があるの？」と問うと，生徒は自分なりの判断基準をもっていることが分かったため，解の公式を使うのは，どのような２次方程式か解きながら判断することを課題として授業を進めた。個人思考の時間を取ると，①は自然と因数分解して解く生徒が多く，④は解の公式を使う生徒や，両辺に同じ数を加えて，$(x+●)^2=▲$の形にして平方根の考えで解く生徒もいた。全体で方程式の解と解き方を確認した後，「どのような方程式なら，解の公式で使うか」と発問し，周りの生徒と説明し合う活動を通して全体で確認した。このとき，「因数分解，平方根の考え方が使えるときは，こちらの方が簡単だ」と生徒から発言があったため，「具体的にどういうところが簡単なの？」と発問すると，「解の公式は計算量が多い」「根号の中を簡単にする，約分できる，などを判断しなければいけないことが多いからミスしやすい」「因数分解は見た目で解が分かりやすい」などが挙げられ，比較することを通して，それぞれの方法のよさや注意点に着目させることができた。

練習問題として，次の問題を提示した。

練習問題
方程式 $(2x-3)^2=49$ を，太郎さんは解の公式を使って解こうとしている。あなたは，太郎さんに，どのような助言をしますか？助言の内容を文章でかき，助言に沿うように解きなさい。

問題文に「解の公式を使って解こうとしている」とかかれているため，「２乗の形になっているから，平方根の考え方のほうが，簡単に解ける。」など，二次方程式を見て，根拠をもとに，自分で解き方を判断する姿がみられた。また，「展開のあと，右辺を０にして$ax^2+bx+c=0$の形に整理することが大事」など解の公式を解く際の注意点に着目して，助言をする生徒も見られた。

②　具体的な事象の中に数量関係を見いだし，２次方程式を利用して解決する授業

日常の事象から２次方程式を活用する授業を，次のことを目標として行った。

- 具体的な事象の中に数量関係を見いだし，２次方程式を利用して解決することができる。【思考・判断・表現】
- ２次方程式を日常の事象や具体的な場面で活用することを通して，２次方程式を使って解くことのよさを見いだそうとしている。【主体的に学習に取り組む態度】

次の図 15 の問題を提示して授業を始めた。

> 問題
> パーティーで全員がお互いに自己紹介カードを交換する。110 枚のカードが使われたとき，参加者は何人いるだろうか。

図 15　２次方程式を利用して，具体的な事象を解決する問題。

２～４人の場合は何枚のカードが必要になるか，実際のカードを用意して見せながら設定の意味を把握させた後，問題を提示した。生徒とのやり取りの中で，カードの枚数と参加者の関係は「規則がある」ということに気づき，表や式などを用いて求められることを確認し，個人思考の時間を設けた。最初は，表を使うことや直観で何人か求める生徒が多い様子だった。しかし，方程式の考えをもった生徒に式を板書してもらい，意味を確認し説明しあう活動を行った後は，生徒自身から「これならもっと大きい値でも簡単に求められる」と２次方程式のよさに気づき，「もっと値の大きい問題を出してほしい」という声が上がるなど主体的な授業に繋げることができたように感じた。また，２次方程式が解けなくても，xに値を代入しながら等式が成り立つか考えることで，直観よりもさらに予測しやすいことに気づいたり，数学が苦手な生徒や直観的に考えていた生徒も，２次方程式を活用して解くことに自分なりに価値を感じながら取り組む姿が見られた。

③　問題を解決するために，その方法での注意点やよさを考える活動を通して，よりよい解決の仕方を説明させる授業

日常の事象から２次方程式を活用する授業を，次のことを目標として行った。

- 具体的な事象の問題解決に２次方程式を活用し，解決の方法や，よりよい解決の仕方を説明することができる。【思考・判断・表現】
- 複数の考え方の比較を通して，適切な解き方であるか自分なりに考えたり，それぞれの解法の注意点やよさに注目しながらよりよく解決しようとしている。【主体的に学習に取り組む態度】

次の図 16 の問題を提示して授業を始めた。

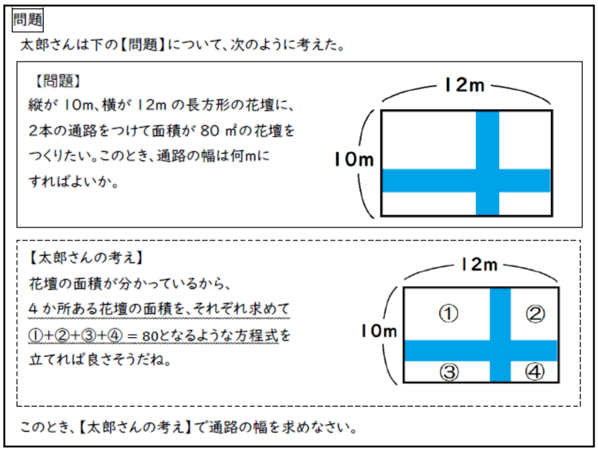


図 16　花壇の道幅について，求めるときの注意点やよさを考えながら，2 次方程式を活用して，よりよい解決の仕方を説明する問題

太郎さんは方程式を使って考えたいことに着目させ，何を文字で置いて解かなければいけないかを全体で確認した。その後，太郎さんの方法では求めるのが難しいことに気づき，「太郎さんの考えで困ることは何だろうか？」と発問すると，「求めたいものが多く，分からない情報が多すぎる」，「縦と横を１つずつ文字で置いていくと，方程式が解けない」などの発言があり，太郎さんの考え方での注意点や，解決を進められない困り感を実感させることができた。また，太郎さんの考え方の注意点をきっかけとして，花壇の面積を１つにまとめる考えや，通路の面積を求めて長方形全体の面積から引くという考えが出された。少し時間を取って取り組ませると，すぐに生徒から「もっと工夫すれば簡単に求められる！」「道幅だけ文字で置けばよい」など自分なりの考えを発言したい気持ちが見られ，主体的な雰囲気で課題から展開まで繋げることができた。花壇の面積を方程式にする方法と，通路の面積を方程式にする方法を確認した後は，「それぞれの求め方のよいところは何か？」と発問して比較させたところ，以下のような発言が生徒から挙がった。

（花壇の面積を方程式にして考える）

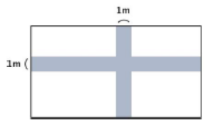
- 道を移動させて，４つ分かれた花壇の面積を１つにまとめて求めることで，求める面積が１つで済むのがよい。
- 通路の面積から方程式を立てる方法は，交差している部分を引く必要があるため注意が必要。また，通路２本と交差している部分の面積と３つ

の面積を式で表す必要があり少し手間である。
（通路の面積を方程式にして考える）
・図形の移動などを考えなくても，方程式を立てることができる。
・花壇の面積は，展開してから２次方程式を解かなければいけないから，計算量は通路の方が簡単である。

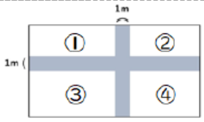
生徒はよさを比較する際に，２次方程式を立てるまでの手順や計算方法など，様々な視点に着目し，それぞれの注意点も挙げながら振り返る姿が見られた。最後に，以下の練習問題を出題した。

問題
太郎さんは下の【問題】について、次のように考えたが、求めることができず困っている。

【問題】
横が縦より 10m 長い長方形の土地に、図のようにそれぞれ幅が 1m のまっすぐな道路を作り、残りの土地を花壇にする。花壇の面積が 56 ㎡になるとき、この長方形の土地の縦の長さを求めなさい。

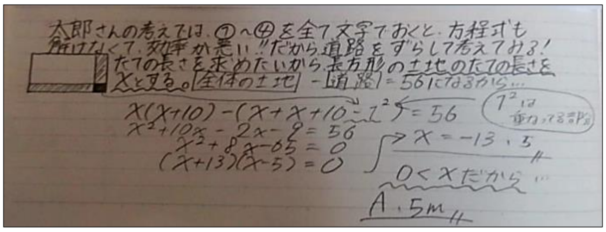


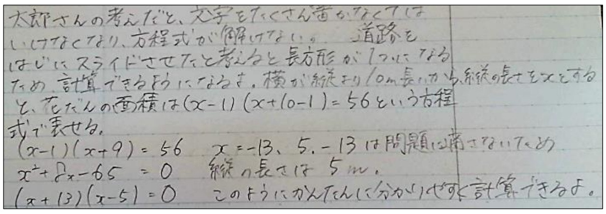
【太郎さんの考え】
花壇の面積が分かっているから、
４か所ある花壇の面積を、それぞれ求めて
①+②+③+④＝56となるような方程式を
立てたいけど、どうやって文字で置けばいい
のだろう…。



このとき、あなたなら太郎さんにどのような助言をしますか。【太郎さんの考え】で求めるときに、困る原因を明らかにしながら助言内容を文章でかき、助言に沿うように解きなさい。ただし、解答欄の図は、助言での説明の際に必要であれば利用してよい。

本時の授業内容を振り返ることができるように，太郎さんの考え方では解決が進まない原因を明らかにさせながら，自分ならどのように解くか説明させる問題とした。また練習問題では，道幅の長さを与え，縦の長さを求める問題とした。文字で置くことがらを変えることで，授業の再現になりすぎないよう工夫した。以下がこの問題に取り組んだ生徒の解答の一部である。





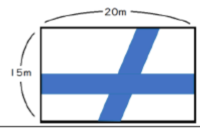
授業での問題解決の過程を振り返り，自分なりにどのように解いた方がよいか，助言しようとする姿勢が見られ，数学が苦手な生徒にも自分なりに説明しようとする姿が見られた。しかし，練習問題では求めたいことがらを変えたため，どのように２次方程式で表せばよいか，１人では解決できない生徒も多かった。しかし，授業後や休み時間に，友達と教え合いながら，粘り強く考える生徒の姿が見られたのは成果であった。

イ　評価問題の作成とテストの実施

「態度」の指導を踏まえ，次の図 17 のような評価問題を作成した。

問題
Ａさんと B さんは、下の【問題】について、それぞれ次のように考えた。あなたなら、Ａさんと B さんのどちらの方法で解きますか？
選んだ理由を明らかにして、求め方を説明しなさい。また解答欄の図は、説明の際に必要であれば利用してよい。

【問題】
縦１５m、横２０mの花壇があり、図のように同じ幅の道をつくる。このとき、花壇の面積が 150 ㎡になるようにするには、道幅は何mにしたらよいか答えなさい。



Ａさん　花壇の面積についての方程式をつくり、道幅を求める。
Ｂさん　道の面積についての方程式をつくり、道幅を求める。

【思考・判断・表現】【主体的に学習に取り組む態度】

図 17　２次方程式のテスト問題

複数の解き方を比較して，自分ならどう解くのかを，根拠をもって説明させることができる問題となるように作成した。昨年度の実践同様，題材は授業で扱ったものを取り上げることで「授業とテスト問題の一体化」を図り，解法も示すことで無回答の割合も減らせるよう工夫した。また，道の一部を斜めの道にすることで，授業のように端に移動しても 1 つの長方形の面積にならないという考えや，斜めであっても等積変形により面積は変わらないという考えなど，特定の方法や考えに方向付けず，複数の方法で解く生徒の姿が期待できるよう工夫した。

（４）第３学年　関数$y=ax^2$における実践

ア　「態度」の育成を目標とした授業

①　xの変域に対応する，$y=ax^2$のyの変域を求める授業

変域を求める授業を，次のことを目標として行った。
・xの変域に対応する，$y=ax^2$のyの変域を求めることができる【知識・技能】
・表やグラフでyの値の変化を考察することを通して，変域を表やグラフで捉えることのよさを実感し，変域の求め方を振り返って評価・改善しようとしている。【主体的に学習に取り組む態度】

次の図 18 の問題を提示して授業を始めた。

問題
太郎さんは，$y=2x^2$でxの変域が$-1 \leqq x < 3$ のとき，yの変域は $2 \leqq y < 18$ と考えた。
太郎さんの考えは正しいだろうか。

図 18　変域の求め方の正誤を問う問題

xの変域が０を含む場合にも関わらず，１次関数の変域と同様に，xの変域の端の値を代入することによってyの変域を求めた誤答を問題として扱った。直観的な予想の後，太郎さんの求め方を全体で

確認すると，批判的な見方をする生徒が多くいた。そのため「正しく変域を求めるための方法はないか」を問い，表やグラフを用いて関数を調べ，変域を正しく求めることを課題として授業を進めた。それぞれの考え方で変域を求める中で，「xの変域が０含む場合，最小値（最大値）が０になる」ことに気づく生徒がおり，関数$y=ax^2$のyの変域を求める際の注意点として強調しながら，正しいyの変域を全体で確認した。また，解決の過程を振り返り，表やグラフを用いることで，yの変域を視覚的に捉えやすくなるといったよさを実感させることができた。加えて，１次関数と関数$y=ax^2$のyの値の変化の仕方を比較し，yの値の変化の違いが変域の求め方に影響することを確認した。

練習問題として，次の問題を提示した。

> 練習問題
> $y=-x^2$で，xの変域が$-4 \leqq x < 2$のとき，yの変域を次のように求めたが，この解答は誤っている。この問題を解くときの注意点を説明し，正しい変域を求めなさい。
>
> $\boxed{\text{解答}}$ $x=-4$のとき，$y=-x^2$に代入して$y=-16$
> $x=2$のとき，$y=-x^2$に代入して$y=-4$
> したがって，yの変域は$-16 \leqq y < -4$である。

導入問題と同様，練習問題においても誤答を扱った。記述を通して，本時で学習した「xの変域が０を含む場合，最大値が０になる」という知識の定着や，「表やグラフを用いることでyの変域がより視覚的に捉えやすくなる」という問題解決の過程を通して実感した表やグラフを用いることのよさを改めて確認することができた。

イ　評価問題の作成とテストの実施

上記のような「態度」の指導と練習問題の設定を踏まえ，次の図 19 のような評価問題を作成した。

> 評価問題
> 関数$y=2x^2$について，xの変域が$-1 \leqq x \leqq 3$のときのyの変域を，A さんは１次関数の変域の求め方を振り返って次のように変域を求めた。
>
> > （A さんの考え方）
> > １次関数では，xの変域の両端の値を式に代入して変域を求めたから，同じように$x=-1$，$x=3$のときのyの値をそれぞれ求めると，
> > $x=-1$のとき，$y=2$　　$x=3$のとき，$y=18$
> > したがって，yの変域は$2 \leqq y \leqq 18$　　答　$2 \leqq y \leqq 18$
>
> A さんの求めたyの変域は間違えている。あなたなら，A さんにどのようなアドバイスをしますか。文

図 19　関数$y=ax^2$の評価問題

「どのようなアドバイスをするか」という問い方にすることで，変域の求め方の手順だけにとどまらず，図 18 の練習問題で意識させた注意点も記述する生徒の姿が期待できるよう工夫した。また，１次関数と同様に考えたことがわかる問題にすることで，生徒が１次関数と$y=ax^2$の違いや，$y=ax^2$の特徴に触れた記述がしやすくなるのではないかと考えた。

【引用文献】

１）文部科学省(2018).『中学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説　数学編』. 文部科学省, p. 23

２）早勢裕明(2015).『「誤答」を生かした算数科の授業についての一考察－「知識・理解」の定着とその持続を目指して－』. 北海道教育大学紀要（教育科学編）第 66 巻　第１号, p. 127

３）相馬一彦(1997).『数学科「問題解決の授業」』. 明治図書, p108, 109

【参考文献】

・文部科学省(2020).『「指導と評価の一体化」のための学習評価に関する参考資料』. 国立教育政策研究所教育課程研究センター

・相馬一彦, 谷地元直樹(2022).『中学校数学科「問題解決の授業」のテスト問題＆学習評価アイデアブック』. 明治図書

・相馬一彦，谷地元直樹(2020).『中学校数学科　の授業改善』. 明治図書

・渡辺友章(他９名)(2024).『「主体的に学習に取り組む態度」の評価方法の工夫～テストによる評価を加えることについて～』. 第 106 回　全国算数・数学研究（大阪）大会