令和７年度　第８０回　北海道算数数学教育研究大会

証明の方針を学級全体で練り上げていくための方策

北海道弟子屈町立弟子屈中学校　藤村　弥的

１　研究のねらい

論証指導において，生徒・教師それぞれの立場で以下のような課題があると感じている。

【生徒】
・何から手を付ければ良いのかわからない。
・どのように考えればよいのかわからない。
・筋道を立てて考えることが難しい。
・仮定と結論の区別が曖昧である。
【教師】
・限られた授業時間内において，生徒一人ひとりのつまずきに対応しきれない。
・論証指導が，画一的な指導に陥ってしまう。

これらの課題を解決するために，証明の方針が非常に大きな意味を持つと考える。中学校学習指導要領（Ｈ２９告示）解説数学編では，証明の方針について次のように書かれている。

証明をする際には，証明の方針を立てることが大切である。証明の方針を立てるには，例えば，①結論を導くために必要な事柄を結論から逆向きに考えたり，②仮定や仮定から導かれる事柄を明らかにしたりする。その上で，③それらを結び付けるためには，あと何がいえればよいかと探ることが必要である。このような活動は，いつもその順に進むわけでなく，試行錯誤をしながら方針は次第に明確になっていくものである。

（付番，下線筆者）

このことから，論証指導において，問題解決の授業を通して，証明の方針を学級全体で練り上げていくことが大切なことがわかる。

そこで，本研究では，上記の①～③をより具体化し，証明の方針を学級全体で練り上げていくための方策を提案することをねらいとした。

２　研究の目的と方法

(1) 研究の目的

本研究の目的は，証明を書くことよりも，証明の方針を立てることに焦点を当て，教材と生徒の実態を踏まえた証明の方針の立て方を探ることを目的とする。

(2) 研究の方法

上記の①～③を意識した教材研究と授業実践を通して，生徒にどのような変容がみられたか検証する。

３　研究の内容

本題に入る前に，論証指導における導入場面について確認する。

生徒に証明の必要性を理解させるためには，実際に条件どおりに作図させ，実測させるなどして，図形の性質を見いださせることが大切である。その際，同じ条件で作図しても図形の形や大きさが異なるが，見いだした図形の性質が同じであることを学級全体で共有することで，演繹的な推論による証明の必要感が出てくる。その後，命題把握（課題把握）の場面で仮定と結論を整理し，黒板にかかれた代表の図に仮定をかき込んだ上で，証明の方針を練り上げていく。

【①結論から逆向きに考える】

結論として想定されるのは，２つの図形が合同，あるいは，相似であること，辺の長さや比が等しいこと，角の大きさが等しいこと，図形が二等辺三角形や平行四辺形になることである。いずれにしても，合同条件や相似条件，二等辺三角形や平行四辺形になるための条件がいえればよいことを学級全体で確認する。

【②仮定から導かれる事柄を明らかにする】

①で出てきた条件を満たす事柄を明らかにする際は，その根拠の共有を図ることが不可欠である。仮定からわかることを自分のノートの図にかき込ませる個人思考の時間を確保し，代表生徒に黒板にかかれた代表の図にマグネットを貼らせる。このマグネット（等長，等角）の根拠を学級全体に問い，必要に応じてペア・グループ活動を取り入れる。

【③事柄と事柄を結び付ける】

①，②の学習活動だけでは証明の方針を立てることができない問題も存在する。合同条件や相似条件，二等辺三角形や平行四辺形になるための条件をいうには，あとこの事柄が成り立つことを示せばよいが，どのように説明すればよいかわからないということがある。このような場合，すでにわかっている情報を黒板にかかれている代表の図で確認したり，生徒に代表の図にマグネットを貼らせたり（かき込ませたり）することで，既習事項とつなげるきっかけを作ることが大切である。そして，その根拠をペア・グループ活動でより鮮明にしていくことで，証明の方針を立てることにつなげていく。

○授業実践例

（Ⅰ）①と②を主とする授業

・学年：中学校第２学年

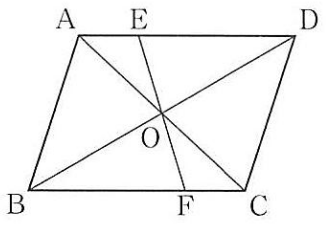
・学習事項：平行四辺形の性質

・本時の目標：平行四辺形の定義や性質を利用して，図形の性質に関する証明の方針を立てることができる。

（●：教師　○：生徒　※：留意点）

【問題提示】

▱ABCD の対角線の交点を O とし，O を通る直線が辺 AD，BC と交わる点をそれぞれ E，F とする。このとき，OE と OF はどのような関係になっているかな？



●実際に作図しながら問題を提示する。

○「OE=OF」

●「いつでも OE=OF が成り立ちますか？」

【課題把握】

●「仮定と結論は何かな？」

○「仮定は▱ABCD が平行四辺形であること，結論は OE=OF であること。」

●「結論をいうために何がいえればよいかな？」

○「三角形の合同」

●「どの三角形で考えればよいかな？」

※短時間の個人思考後，周りと確認する。

○「△ODE と△OBF」

●「合同条件はわかりますか？」

※どの合同条件になりそうか挙手させてもよい。

○「うーん…」

●「では，等しいところに印を付けましょう。」

○個人思考後，黒板の代表の図にマグネットを貼る。

●「それぞれ等しい理由はわかりますか？」

○「OD=OB，∠DOE=∠BOF はわかるけど，∠EDO=∠FBO がわからない。」

※必要に応じて生徒にヒントを言わせつつ，ペア・グループ活動で根拠を明らかにしていく。

●「では，ペアになって口頭証明をしましょう。」

○口頭証明を行い，ロイロノートで証明文を確認する。

☆確認問題も同様の流れで行う。

この授業では，結論からせまりつつ，つまずいた時点で仮定からせまっていくことで，証明の全体像が明らかになる。この際，等しい根拠を全員が理解できるよう，しっかりと時間を掛け，板書に残していくことが大切である。また，結論を構成する要素を含む図形を選ぶことの確認についても，全体で共有を図る。

（Ⅱ）①と③を主とする授業

・学年：中学校第２学年

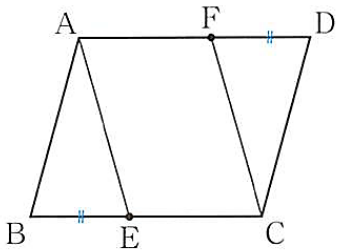
・学習事項：平行四辺形になるための条件

・本時の目標：平行四辺形になるための条件を利用するために，平行四辺形の定義や性質と仮定をつなげることで，図形の性質に関する証明の方針を立てることができる。

（●：教師　○：生徒　※：留意点）

【問題提示】

▱ABCD の辺 BC，AD 上に BE=DF となるように２点 E，F をとり，四角形 AECF をつくる。このとき，四角形 AECF はどんな四角形になっているかな？



●実際に作図しながら問題を提示する。

○「平行四辺形」

●「いつでも平行四辺形になりますか？」

【課題把握】

●「仮定と結論は何かな？」

○「仮定は▱ABCD と BE=DF であること，結論は四角形 AECF が平行四辺形であること。」

●「結論をいうために何がいえればよいかな？」

○「平行四辺形になるための条件。」

●「どの条件が使えそうかな？」

○「うーん…」

※平行四辺形になるための条件を利用した初めての問題なので，条件がいくつあったか確認する。また，どの条件が使えそうか（使えなさそうか）予想させてもよい。

●「では，今の段階でわかっていることをかき込んでいきましょう。」

○個人思考後，黒板の代表の図にマグネットを貼ったり，かき込んだりする。

●「AF // EC になるのはなぜですか？」

○「▱ABCD だから。」

●「AF=EC になるのはなぜですか？」

○「よくわからない。」「うまく説明できない。」

●「ヒントをいえそうな人はいますか？」

○「仮定の BE=DF を使う。」「AD=BC を使う。」「引き算を使う。」

※見通しを持てるよう，生徒の発言を板書していく。

●「今のヒントと AF=EC がつながりましたか？」

※ペア・グループ活動で根拠を明らかにしていく。

●「この段階でいずれかの条件は使えそうですか？」

○「条件５が使える。」

●「では，ペアになって口頭証明をしましょう。」

○口頭証明を行い，ロイロノートで証明文を確認する。

☆確認問題も同様の流れで行う。

この授業では，平行四辺形になるための条件を使うことをゴールとした上で方針を立てることが大切である。条件が５つあるので，与えられた情報からどの条件が使えそうか（使えなさそうか）見当をつけることも経験させたい。

最大の山場である AF=EC の理解については，感覚的な表現からせまっていってもよい。生徒に「これ（AD，BC）からこれ（FD，BE）を引く」を黒板の代表の図で表現させたり，ヒントをいわせたりする活動を通して，“等しいものから等しいものを引いても等しい”ということを理解させる。いずれにしても，代表の図にかき込んだり，板書にことばとして残したりすることを心掛け，生徒が見通しを持ちやすいようにすることが大切である。

（Ⅲ）②，③を主とする授業

・学年：中学校第３学年

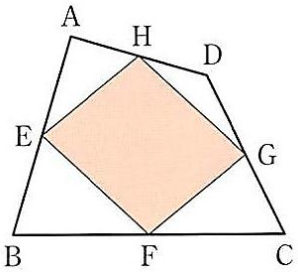
・学習事項：中点連結定理の利用

・本時の目標：四角形 ABCD の辺 AB，BC，CD，DA の中点をそれぞれ E，F，G，H とするとき，四角形 EFGH が平行四辺形になることを，中点連結定理を利用して証明し，その証明を振り返って，四角形 EFGH がひし形や長方形，正方形になるときの条件を見いだし，確かめることができる。

（●：教師　○：生徒　※：留意点）

【問題提示】

四角形 ABCD の辺 AB，BC，CD，DA の中点をそれぞれ E，F，G，H とする。このとき，四角形 EFGH はどんな四角形になっているかな？



●実際に作図しながら問題を提示する。

○「平行四辺形」「長方形」「正方形」

※平行四辺形に統合する。

●「いつでも平行四辺形になりますか？」

【課題把握】

●「仮定と結論は何かな？」

○「仮定は四角形 ABCD の各辺の中点をそれぞれ E，F，G，H とすること，結論は四角形 EFGH が平行四辺形であること。」

●「結論をいうために何がいえればよいかな？」

○「平行四辺形になるための条件。」

●「どの条件が使えそうかな？」

○「うーん…」

※中２の既習事項なので，条件について確認する時間を取る。

●「では，図を使って方針を立てましょう。」

○個人思考後，対角線 BD（AC）を黒板の代表の図にかき込む。

●「対角線 BD をひいた意図は伝わりますか？」

○「三角形に分けた？」「よくわからない。」

●「ヒントをいえそうな人はいますか？」

○「中点連結定理。」「２つの三角形で使う。」

※見通しを持てるよう，生徒の発言を板書していく。

●「<u>どうして２つの三角形で中点連結定理を使えるのですか？</u>」

○「仮定でそれぞれの辺の中点といっているから。」

●「では，中点連結定理を使うと何がいえますか？」

○「EH と BD が平行で，EH の長さは BD の長さの半分。FG と BD が平行で，FG の長さは BD の半分。」

●「この段階でいずれかの条件は使えそうですか？」

○「条件５が使える。」

●「<u>EH // FG，EH=FG になるのはなぜですか？</u>」

○「EH も FG も BD と平行だから。」

「EH も FG も BD の長さの半分だから。」

※ペア・グループ活動で根拠を明らかにしていく。

●「では，ペアになって口頭証明をしましょう。」

○口頭証明を行った後，実際に証明を書き，ロイロノートで解答例と照らし合わせる。

☆AC でも同様の証明になることを確認した後，四角形 EFGH がひし形になるときの条件を，ICT と証明文を用いて見いだしていく。

この授業では，平行四辺形になるための条件を使いたいが，この状態ではどの条件も使えそうにないという困り感を，１本の補助線によって解決し，証明の方針を立てていく流れになる。その過程で，前時の既習事項である中点連結定理の根拠として，仮定を用いる必然性が現われてくる。

平行四辺形になるための条件５につながる EH // FG, EH=FG の理解については，**授業実践例（Ⅱ）**と同様，黒板の代表の図を用いつつ，生徒の発言や表現をことばとして残していくことを心掛ける。

４　考察

証明を扱う授業において，中学校２年生の段階から，**授業実践例（Ⅰ）（Ⅱ）（Ⅲ）**のように証明の方針を立てる授業を実践し続けることで，学力下位層の生徒であっても，自分のことばで口頭証明を行う姿がみられた。また，各テストにおける証明問題においても未記入者が減り，わかっているところまで書いたり，誤答であっても筋道立てて記入したりする生徒がみられた。この背景には，与えられた条件から仮定と結論を整理する習慣をつけることで，すでにわかっていることとこれから示すことが明確になり，証明の取りかかりがスムーズになったと考えられる。また，①結論から逆向きに考える，②仮定から導かれる事柄を明らかにする，③事柄と事柄を結び付けることを意識して授業を行うことで，生徒が証明の方針を立てる際に，様々な見方で図形をみたり，条件を読み取ったりする力が養われたと考える。

５　今後の展望

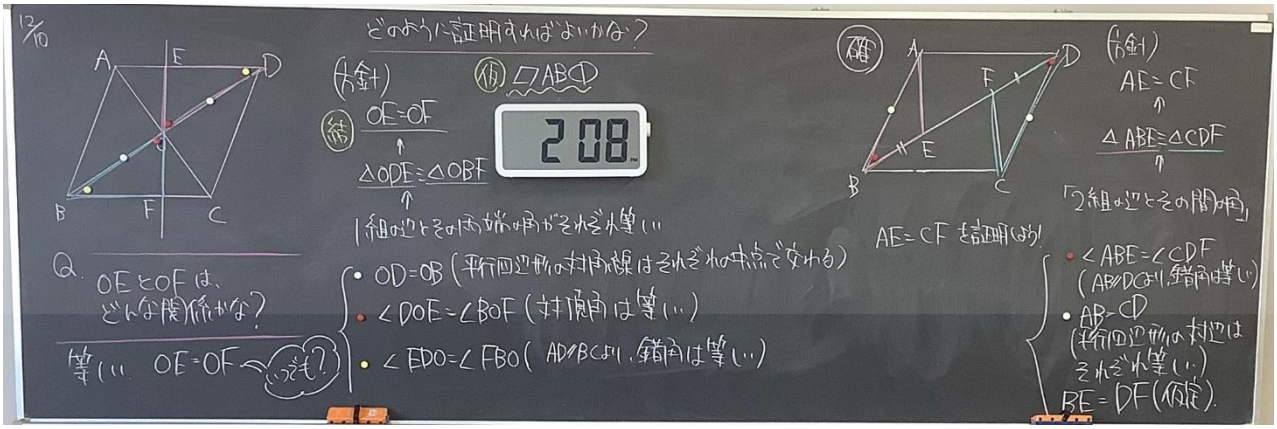
本研究のように証明の方針を立てることは，論証指導において非常に大切なことであるが，証明を読んで間違いを指摘したり，条件を変えた場合の図形について考えたりする活動も大切である。ICT 機器の活用が当たり前になってきた今だからこそ，ICT を効果的に活用し，与えられた証明を読んで考える機会を作ったり，条件を変えた図形について統合的・発展的に考える問題を扱ったりして，論証指導についてさらに深めていきたい。

引用・参考文献

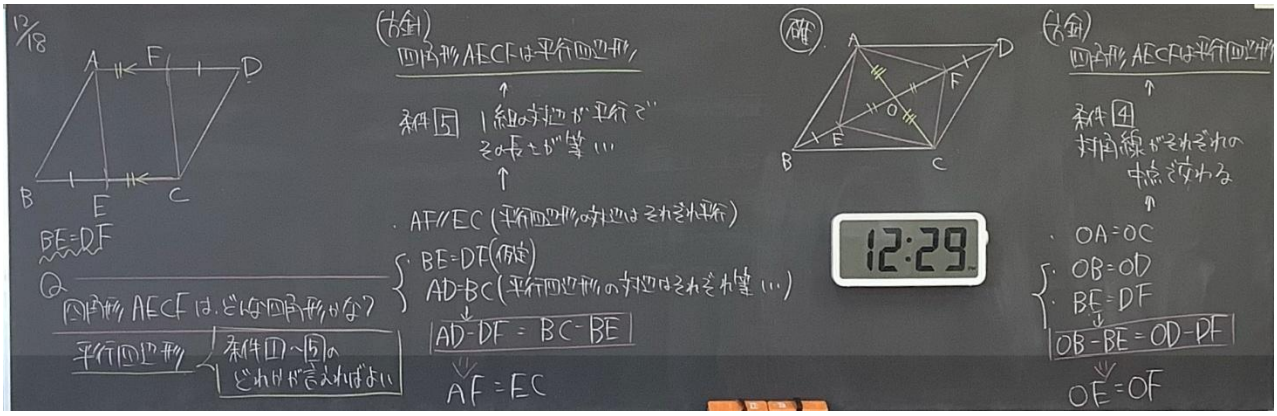
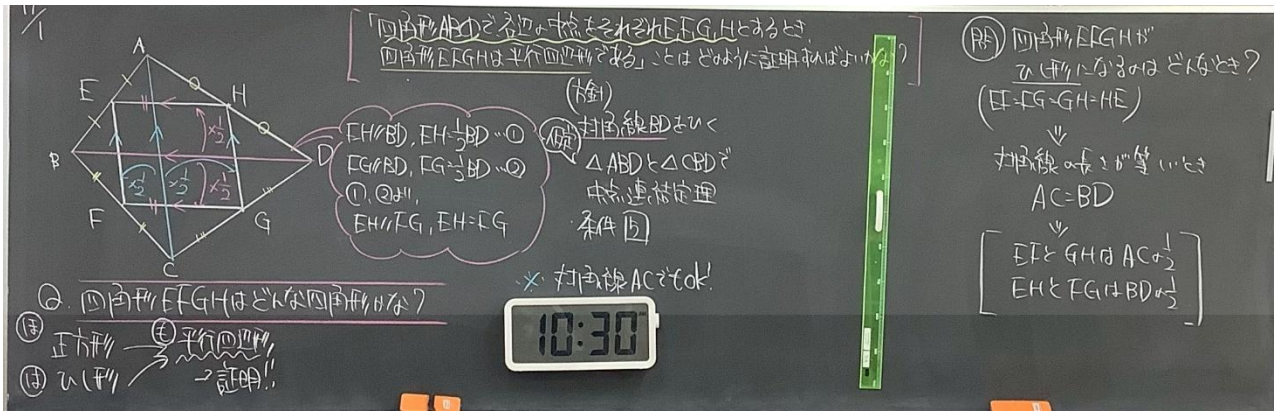
文部科学省（2017）．学習指導要領解説数学編．
国立教育政策研究所教育課程研究センター（2013）．平成 25 年度 全国学力・学習状況調査結果を踏まえた授業アイデア例．

補助資料

授業実践例（Ⅰ）の板書



授業実践例（Ⅱ）の板書



授業実践例（Ⅲ）の板書